

A-8697

Sub. Code

4BMA1C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

First Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL CALCULUS AND TRIGONOMETRY

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. If $y = \frac{3}{(x+1)(2x-1)}$ find y_n .

$y = \frac{3}{(x+1)(2x-1)}$ எனில் y_n -யைக் காண்க.

2. State the Leibnitz formula.

லீப்னிட்ஸ் சூத்திரத்தை எழுதுக.

3. Write down the formula for subtangent and subnormal.

கீழ் தொடுகோடு மற்றும் கீழ் செங்கோடுகளுக்கான சூத்திரத்தை எழுதுக.

4. For the parabola $y^2 = 4ax$, prove that $\frac{ds}{dx} = \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$.

$y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு $\frac{ds}{dx} = \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ என நிறுவுக.

5. Define circle of curvature.

வளைவு வட்டத்தை வரையறு.

6. Find the radius of curvature of the curve $x^4 + y^4 = 2$ at the point (1,1).

$x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரத்தை (1,1) என்ற புள்ளியில் காண்க.

7. Write the expansion of $\sin n\theta$.

$\sin n\theta$ -ன் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

8. If $x = \cos \theta + isn\theta$ then find $x^n - \frac{1}{x^n}$.

$x = \cos \theta + isn\theta$ எனில் $x^n - \frac{1}{x^n}$ -யைக் காண்க.

9. Prove that : $\cos(ix) = \cosh x$.

நிறுவுக : $\cos(ix) = \cosh x$.

10. Show that : $\cosh^{-1}x = \log_e(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

நிறுவுக : $\cosh^{-1}x = \log_e(x + \sqrt{x^2 - 1})$

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If $y = \frac{\sinh^{-1}x}{\sqrt{1+x^2}}$ then prove that

$$(1+x^2)y_{n+2} + (2n+3)xy_{n+1} + (n+1)^2y_n = 0.$$

$$y = \frac{\sinh^{-1}x}{\sqrt{1+x^2}} \text{ எனில்}$$

$$(1+x^2)y_{n+2} + (2n+3)xy_{n+1} + (n+1)^2y_n = 0 \text{ என நிறுவுக.}$$

Or

- (b) Find the n^{th} differential coefficient of $\cos^5 \theta \sin^7 \theta$.

$\cos^5 \theta \sin^7 \theta$ -ன் n^{th} -வது வகைக் கெழிவைக் காண்க.

12. (a) Find the angle at which the radius vector cuts the curve $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ என்ற வளைவரை ஆர வெக்டரை வெட்டும் புள்ளியில் கோணத்தைக் காண்க.

Or

- (b) Find $\frac{ds}{d\theta}$ and $\frac{ds}{dr}$ for the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

$r = a(1 + \cos \theta)$ என்ற நெஞ்சு வளைக்கு $\frac{ds}{d\theta}$ மற்றும் $\frac{ds}{dr}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

13. (a) Find the envelope of the family of a straight lines $y + tx = 2at + at^3$, where t is the parameter.

$y + tx = 2at + at^3$ என்ற நேர்கோட்டு குடும்பத்திற்கு மூடுவரையைக் காண்க. இங்கு t என்பது அளவுரு ஆகும்.

Or

- (b) If a curve is defined by the parametric equation $x = f(\theta)$ and $y = \varphi(\theta)$, prove that the curvature is

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

ஒரு வளைவுனுடைய துணையலகு சமன்பாடு $x = f(\theta)$ மற்றும் $y = \varphi(\theta)$ எனில் அதனுடைய வளைவரை

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}$$
 என நிறுவுக.

14. (a) Express $\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta}$ in terms of $\cos \theta$

$\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta}$ -யை $\cos \theta$ -வில் விரித்து எழுதுக.

Or

- (b) Find $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1}$.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

15. (a) If $\tan A = \tan \alpha \tan h\beta$, $\tan \beta = \cot \alpha \tan h\beta$, then prove that $\tan(A + B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$.

$\tan A = \tan \alpha \tan h\beta$, $\tan \beta = \cot \alpha \tan h\beta$, எனில்
 $\tan(A + B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$ என நிறுவுக.

Or

- (b) If $\cos \alpha + i \sin \alpha = \cos(\theta + i\phi)$, then prove that $\sin^2 \theta = \pm \sin \alpha$.

$\cos \alpha + i \sin \alpha = \cos(\theta + i\phi)$ எனில் $\sin^2 \theta = \pm \sin \alpha$ என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the maximum and minimum values of $2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$.

$2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$ -ன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளை காண்க.

17. Find the asymptotes of

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 4y^2 + 2xy + y - 1 = 0.$$

$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 4y^2 + 2xy + y - 1 = 0$ என்பதன் கந்தழித் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

18. Show that the evolutes of the cycloid $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ is another cycloid.

$x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ என்ற உருள்வளையின் செங்கோட்டுத் தழிவி அதே மாதிரியான மற்றொரு உருள் வளைவரை என நிறுவுக.

19. Expand $\sin^3 \theta \cos^5 \theta$ in a series of sines of multiples of θ .

$\sin^3 \theta \cos^5 \theta$ -வை θ -வின் மடங்கில் சைன் தொடராக விரிக்கவும்.

20. Separate into real and imaginary parts of $\tan^{-1}(x + iy)$.

$\tan^{-1}(x + iy)$ -யை மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கவும்.

A-8698

Sub. Code

4BMA1C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

First Semester

Mathematics

THEORY OF EQUATIONS, THEORY OF NUMBERS AND
INEQUALITIES

(CBCS - 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Find $\sum \frac{1}{\alpha}$.

α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ வின் மூலங்கள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ -யைக் காண்க.

2. Multiply the roots of the equations $30x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ by 4.

$30x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 4-ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் சமன்பாட்டை எழுதுக.

3. Give an example for a standard reciprocal equation.

தரப்படா நிலை தலை கீழ் சமன்பாட்டிற்கான எடுத்துக்காட்டை கொடு.

4. What is meant by a Sturm's function?

ஸ்டெம்மின் சார்பு என்றால் என்ன?

5. Define a factor of an integer.

முழு எண்ணின் காரணியை வரையறு.

6. Find $T(12)$ and $S(12)$.

$T(12)$ மற்றும் $S(12)$ -யைக் காண்க.

7. Show that 15 is not congruent to 2(mod 4).

15 என்பது 2-க்கு (மட்டு 4)-ல் சர்வசமமாக இருக்காது என நிரூபி.

8. Find $\phi(24)$.

$\phi(24)$ -யைக் காண்க.

9. Define a harmonic mean of a_1, a_2, \dots, a_n .

a_1, a_2, \dots, a_n -க்கான இசைச் சராசரியை வரையறு.

10. State triangle in equalities.

முக்கோண சமமின்மையைக் கூறுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ find

(i) $\sum \frac{1}{\alpha}$

(ii) $\sum \frac{\alpha}{\beta}$

(iii) $\sum \frac{1}{\alpha\beta}$.

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ -வின்
மூலங்கள் எனில்

(i) $\sum \frac{1}{\alpha}$

(ii) $\sum \frac{\alpha}{\beta}$

(iii) $\sum \frac{1}{\alpha\beta}$ -யைக் காண்க.

Or

(b) Show that the sum of the 6th powers of the roots of
 $x^7 - x^4 + 1 = 0$ is 3.

$x^7 - x^4 + 1 = 0$ -ன் மூலங்களின் 6-வது அடுக்கின் கூட்டல்
3 என நிரூபி.

12. (a) Solve : $6x^5 + x^4 - 43x^3 - 43x^2 + x + 6 = 0$.

தீர்க்க : $6x^5 + x^4 - 43x^3 - 43x^2 + x + 6 = 0$.

Or

(b) Find the multiple root of $4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$
and solve completely.

$4x^3 - 12x^2 - 15x - 4 = 0$ -வின் பெருக்கல் மூலத்தைக்
காண்க. மேலும் முழுவதுமாக தீர்க்க.

13. (a) Find the value of x and y to satisfy $243x + 198y = 9$.

$243x + 198y = 9$ -வை பூர்த்தி செய்கின்ற x மற்றும் y -ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

Or

- (b) Find the number of zeros at the right end of $79!$.

$79!$ -ன் வல முடிவில் உள்ள பூச்சியத்தின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. (a) Prove that a natural number n is divisible by 3 iff the sum of its digits is divisible by 3.

n என்ற இயற்கை எண் 3-ஆல் வகுபட போதுமானதும் மற்றும் தேவையானதுமான நிபந்தனை அதனுடைய இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

Or

- (b) Prove that $n^{13} - n$ is divisible by 2, 3, 5, 7 and 13 for any integer n .

எல்லா முழு எண் n -க்கும் $n^{13} - n$ என்பது 2, 3, 5, 7 மற்றும் 13 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

15. (a) If $x + y + z = 1$ and x, y, z are all positive then prove that $(1-x)(1-y)(1-z) > 8xyz$.

$x + y + z = 1$ மற்றும் x, y, z என்பன மிகை எனில் $(1-x)(1-y)(1-z) > 8xyz$ என நிரூபி.

Or

- (b) Prove that $(x+y)(y+z)(z+x) < \frac{8}{3}(x^3 + y^3 + z^3)$.

$(x+y)(y+z)(z+x) < \frac{8}{3}(x^3 + y^3 + z^3)$ என நிரூபி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Show that the roots of the equation $px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ are in Arithmetic progression iff $2q^3 + 27p^2s = 9pqr$. Hence solve $x^3 - 12x^2 + 39x - 28 = 0$.

$px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடராக இருக்க தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $2q^3 + 27p^2s = 9pqr$ என நிரூபி. அதிலிருந்து $x^3 - 12x^2 + 39x - 28 = 0$ -யை தீர்க்க.

17. Find the Sturm's function for $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 10x - 4$.

$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 10x - 4$ க்கான ஸ்டெம்மின் சார்பைக் காண்க.

18. If a, b, c are non zero integers prove that $(a, bc) = 1$ if and only if $(a, b) = 1$ and $(a, c) = 1$.

a, b, c என்பன பூச்சியமற்ற முழு எண்கள் எனில் $(a, bc) = 1$ ஆக இருக்க தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $(a, b) = 1$ மற்றும் $(a, c) = 1$ என நிரூபி.

19. State and prove Fermat's theorem.

பெர்மட்டின் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

20. If x is any positive real number and p, q are positive rationals then prove that $\frac{x^p - 1}{p} \geq \frac{x^q - 1}{q}$ if $p < q$.

x என்பது ஏதாவது ஒரு மிகை மெய் எண் மற்றும் p, q என்பன மிகை விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{x^p - 1}{p} \geq \frac{x^q - 1}{q}$ என நிரூபி. இங்கு $p < q$ ஆகும்.

A-8699

Sub. Code
4BMA2C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Second Semester

Mathematics

INTEGRAL CALCULUS AND FOURIER SERIES

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Prove that $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ என நிரூபி.

2. Show that $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \pi/4$.

$\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \pi/4$ என நிறுவுக.

3. Evaluate $\int x^3 e^{-2x} dx$.

$\int x^3 e^{-2x} dx$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

4. Find $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \sin^6 x \cos^4 x \, dx$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

5. Evaluate $\int_0^a \int_0^b x \, dy \, dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^a \int_0^b x \, dy \, dx$.

6. Find $\int_0^3 \int_1^2 xy \, dy \, dx$.

$\int_0^3 \int_1^2 xy \, dy \, dx$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

7. Prove that $\beta(m, n) = \beta(n, m)$.

$\beta(m, n) = \beta(n, m)$ என நிரூபி.

8. Find $\Gamma(1)$.

$\Gamma(1)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

9. Define sine series.

சைன் தொடரை வரையறு.

10. Define Fourier series and Fourier coefficients of $f(x)$.

$f(x)$ -ன் பூரியர் தொடர் மற்றும் பூரியர் குணங்களை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx$.

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x + \sqrt{\cos x}}} dx$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Or

(b) Prove that $\int_0^{\pi} \theta \sin^3 \theta d\theta = \frac{2\pi}{3}$.

$\int_0^{\pi} \theta \sin^3 \theta d\theta = \frac{2\pi}{3}$ என நிறுவுக.

12. (a) Find the reduction formula for $\int \sec^n x dx$.

$\int \sec^n x dx$ -க்கு குறைத்தல் சூத்திரத்தைக் காண்க.

Or

(b) Evaluate $\int x^3 \sin 3x dx$.

$\int x^3 \sin 3x dx$ -யை மதிப்பிடுக.

13. (a) Evaluate $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$.

$\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$ யை மதிப்பிடுக.

Or

(b) Evaluate $\iint x^2 + y^2 dx dy$ over the region for which

$x \geq 0$, $y \geq 0$ and $x + y \leq 1$.

$x \geq 0$, $y \geq 0$ மற்றும் $x + y \leq 1$ என்ற தளங்களில் அடைப்பட்டது எனில் $\iint x^2 + y^2 dx dy$ -ன் மதிப்பு

காண்க.

14. (a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ என நிரூபி.

Or

(b) Evaluate $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$.

$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ -யை மதிப்பிடுக.

15. (a) If $f(x) = \begin{cases} -x & \text{in } -\pi < x < 0 \\ x & \text{in } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ expand $f(x)$ as Fourier series in the interval $-\pi$ to π .

$f(x) = \begin{cases} -x & \text{in } -\pi < x < 0 \\ x & \text{in } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ எனில் $-\pi$ லிருந்து π வரை உள்ள இடைவெளியில் பூரியர் தொடரை விவரி.

Or

- (b) Express $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x)$ as a Fourier series with interval 0 to 2π .

0-லிருந்து 2π வரையிலான இடைவெளியில் $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x)$ என்ற சார்பிற்கு பூரியர் தொடரை விவரி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Evaluate :

(a) $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} \, dx$.

மதிப்பு காண்க.

(அ) $\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$

(ஆ) $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} \, dx$.

17. Find the reduction formula for $\int \tan^n x dx$ and also find

$$\int_0^{\pi/4} \tan^3 x dx.$$

குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $\int \tan^n x dx$ -ன்

மதிப்பைக் காண்க. மேலும் $\int_0^{\pi/4} \tan^3 x dx$ ன் மதிப்பை காண்.

18. Evaluate $\iiint \frac{dx dy dz}{(x+y+z+1)^3}$ take over the volume bounded by the planes $x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$.

$x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$ என்ற தளங்களால் அடைபட்ட

கன அளவுகள் எனில் $\iiint \frac{dx dy dz}{(x+y+z+1)^3}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

19. Prove that $\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1} dx = \frac{\overline{m} \overline{n}}{\overline{(m+n)}}$

$$\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1} dx = \frac{\overline{m} \overline{n}}{\overline{(m+n)}} \text{ என நிரூபி.}$$

20. Find the cosine series in the range 0 to π for

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi/2 \\ \pi - x, & \pi/2 < x < \pi \end{cases}$$

0-விலிருந்து π வரை உள்ள இடைவெளியில்

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi/2 \\ \pi - x, & \pi/2 < x < \pi \end{cases} \text{ என்ற சார்பின் கொசைன் தொடரை}$$

காண்க.

A-8700

Sub. Code

4BMA2C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Second Semester

Mathematics

ANALYTICAL GEOMETRY OF 3D AND VECTOR
CALCULUS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define the angle between two planes.

இரண்டு தளங்களுக்கு இடையிலான கோணத்தை வரையறு.

2. Find the value of K so that the lines

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2} \quad \text{and} \quad \frac{x-1}{3k} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-5} \quad \text{may be}$$

perpendicular to each other.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{x-1}{3k} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-5} \quad \text{என்ற}$$

கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருந்தால் k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

3. Write down the condition for two lines.

$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ and $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$ to be coplanar.

$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ மற்றும் $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$ என்ற இரண்டு கோடுகள் ஒரே தளத்தில் இருப்பதற்கான கட்டுப்பாட்டை எழுது.

4. When we say that the lines $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$; $\frac{x}{l_1} = \frac{y}{m_1} = \frac{z}{n_1}$;

$\frac{x}{l_2} = \frac{y}{m_2} = \frac{z}{n_2}$ are coplanar?

$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$; $\frac{x}{l_1} = \frac{y}{m_1} = \frac{z}{n_1}$; $\frac{x}{l_2} = \frac{y}{m_2} = \frac{z}{n_2}$ என்ற கோடுகளை நாம் எப்பொழுது ஒரே தளத்தில் அமைகின்றது என்கின்றோம்?

5. Write down the centre and radius of the sphere

$$ax^2 + ay^2 + az^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0.$$

$ax^2 + ay^2 + az^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரத்தை எழுது.

6. Define a right circular cone.

நேர்வட்ட கூம்பை வரையறு.

7. Define grad ϕ with an example.

grad ϕ -யை எடுத்துக் காட்டுடன் வரையறு.

8. Define divergence and curl.

Divergence மற்றும் Curl - யை வரையறு.

9. Define a surface integral.
புறப்பரப்பு வழித் தொகையை வரையறு.
10. State Stokes theorem.
ஸ்டோக்கின் தேற்றத்தை எழுது.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the equation of the plane passing through (2, 2, 1) and (9, 3, 6) and perpendicular to the plane $2x + 6y + 6z = 9$.

(2, 2, 1) மற்றும் (9, 3, 6) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் மற்றும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find in symmetrical form the equations of the line given by $x + 5y - z = 7$; $2x - 5y + 3z + 1 = 0$.

$x + 5y - z = 7$; $2x - 5y + 3z + 1 = 0$ என்ற நேர்கோட்டுச் சமன்பாடுகளுக்கான சமச்சீருள்ள வடிவத்தைக் காண்க.

12. (a) Show that the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ and $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ are coplanar and find the equation of the plane containing them.

$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ மற்றும் $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-7}{2}$ என்ற கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிரூபி மற்றும் படி இவைகளை பெற்றுள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the plane which contains the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and is perpendicular to the plane $x+2y+z=12$.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ என்ற கோட்டை கொண்டுள்ள மற்றும் $x+2y+z=12$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

13. (a) Find the equation of the sphere passing through the points $(1,1,-2)$, $(-1,1,2)$ and having the centre of the sphere on the line $x+y-z-1=0=2x-y+z-2$.

$(1,1,-2)$, $(-1,1,2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாக செல்லக் கூடிய மற்றும் $x+y-z-1=0=2x-y+z-2$ என்ற கோட்டில் கோளத்தின் மையத்தை கொண்டுள்ள கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the Z axis and the guiding curve is $ax^2+by^2=cz$, $lx+my+nz=p$.

ஜெனரேட்டர்கள் Z - அச்சுக்கு இணையாகவும் மற்றும் $ax^2+by^2=cz$, $lx+my+nz=p$ என்பன வழிகாட்டும் வளைவு ஆகியவற்றைக் கொண்ட உருளையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

14. (a) Show that the vector $\vec{f} = (y^2 - z^2 + 3yz - 2x)i + (3xz + 2xy)j + (3xy - 2xz + 2z)k$ is both irrotational and solenoidal.

$\vec{f} = (y^2 - z^2 + 3yz - 2x)i + (3xz + 2xy)j + (3xy - 2xz + 2z)k$ என்ற வெக்டர் திசையிலியை சுழற்சியற்ற மற்றும் Solenoidal என நிரூபி.

Or

(b) If $\nabla \phi = (y + \sin z)i + xj + x \cos z k$ find ϕ .

$\nabla \phi = (y + \sin z)i + xj + x \cos z k$ எனில் ϕ -யைக் காண்க.

15. (a) If $\vec{f} = (2y + 3)i + xzj + (yz - x)k$ evaluate $\int_c \vec{f} \cdot d\vec{r}$ along the path $x = 2t^2; y = t; z = t^3$ from $t = 0$ to $t = 1$.

$\vec{f} = (2y + 3)i + xzj + (yz - x)k$ எனில் $t = 0$ வில் இருந்து $t = 1$ க்கு $x = 2t^2; y = t; z = t^3$ என்ற பாதையில் $\int_c \vec{f} \cdot d\vec{r}$ -யைக் காண்க.

Or

(b) Verify Gauss divergence theorem for the vector function $\vec{f} = (x^3 - yz)i - 2x^2 yj + 2k$ over the cube bounded by $x = 0, y = 0, z = 0, x = a, y = a$ and $z = a$.

$x = 0, y = 0, z = 0, x = a, y = a$ மற்றும் $z = a$ எனும் தளங்களால் அடைபடும் கனசதுரம் மேலும் $\vec{f} = (x^3 - yz)i - 2x^2 yj + 2k$ எனில் கால் பாய்வு தேற்றத்தை சரிபார்.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the foot of the perpendicular from the origin on the line $3x - y - z - 4 = 0 = 4x - 3y - 2z + 2$.

$3x - y - z - 4 = 0 = 4x - 3y - 2z + 2$ என்ற நேர்கோட்டின் மேல் அதிலிருந்து செங்குத்தின் அடியைக் காண்க.

17. Find the shortest distance and the equation of the line of shortest distance in symmetrical form of the lines

$$\frac{x-8}{3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7} \text{ and } \frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$$

$$\frac{x-8}{3} = \frac{y+9}{-16} = \frac{z-10}{7} \text{ மற்றும் } \frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5} \text{ என்ற}$$

நேர்கோடுகளின் குறுகிய தூரம் மற்றும் குறுகிய தூரத்திற்கான நேர்கோட்டுச் சமன்பாடு ஆகியவற்றை சமீருள்ள வடிவத்தில் காண்க.

18. Find the equation of the spheres that passes through the two points $(0, 3, 0)$, $(-2, -1, -4)$ and cuts orthogonally the two spheres $s: x^2 + y^2 + z^2 + x - 3z - 2 = 0$, $s_1 = 2(x^2 + y^2 + z^2) + x + 3y + 4 = 0$.

$(0, 3, 0)$, $(-2, -1, -4)$ ஆகிய இரண்டு புள்ளிகள் வழியாக செல்லக் கூடிய மற்றும் $s: x^2 + y^2 + z^2 + x - 3z - 2 = 0$ $s_1 = 2(x^2 + y^2 + z^2) + x + 3y + 4 = 0$ என்ற இரண்டு கோளங்களுக்கு செங்கோணத்தில் வெட்டக் கூடிய கோளங்களின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

19. Prove that $\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$ deduct that $r^n \vec{r}$ is Solenoidal iff $n = -3$

$\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)r^n$ என நிரூபி அதிலிருந்து $r^n \vec{r}$ Solenoidal ஆக இருப்பதற்கு போதுமானதும் மற்றும் தேவையானதுமான நிபந்தனை $n = -3$ என நிரூபி.

20. Using Green's theorem evaluate $\int_c (xy - x^2)dx + x^2 y dy$ along the closed curve C formed by $y=0, x=1$ and $y=x$.

கீரினஸ் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $y=0, x=1$ மற்றும் $y=x$ -யை உருவாக்கும் மூடிய வளைவு C-யைக் கொண்டு $\int_c (xy - x^2)dx + x^2 y dy$ -யைக் காண்க.

A-8701

Sub. Code

4BMA3C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Third Semester

Mathematics

MODERN ALGEBRA

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define a subgroup. Give an example.
ஒரு உட்குலத்தை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
2. Define a permutation. Give an example.
ஒரு வரிசை மாற்றத்தை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
3. Let G be a group of order n and $a \in G$. Prove that $a^n = e$.
 $a \in G$ மற்றும் n வரிசையுள்ள G -என்ற குலம் என்க. $a^n = e$ என நிறுவுக.
4. Let G be a finite group and H a subgroup of G . Find H if $[G : H] = 1$.
 G என்பது முடிவுறு குலம் மற்றும் G -ன் உட்குலம் H என்க. $[G : H] = 1$ எனில் H -யை காண்க.

5. Define a normal subgroup with an example.
எடுத்துக்காட்டுடன் ஒரு நேர்மை உட்குலத்தை வரையறு.
6. Find the order of $Z_{60} / \langle 5 \rangle$.
 $Z_{60} / \langle 5 \rangle$ -ன் வரிசையைப் காண்க.
7. Define an isomorphism of two groups.
இரண்டு குலங்களின் இயல் மாறாக் கோர்த்தலை வரையறு.
8. Show that $R^* / \{1, -1\} \cong R^+$.
 $R^* / \{1, -1\} \cong R^+$ என நிறுவுக.
9. Define a commutative ring. Give an example.
ஒரு பரிமாற்று வளையத்தை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
10. What is meant by integral domain?
எண் அரங்கம் என்றால் என்ன?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions.

11. (a) Prove that the intersection of any two subgroups of a group is also a subgroup.
ஒரு குலத்தின் இரு உட்குலங்களின் வெட்டு ஒரு உட்குலம் என நிறுவுக.
- Or
- (b) Show that any subgroup of a cyclic group is cyclic.
ஒரு வட்ட குலத்தின் எந்த ஒரு உட்குலமும் வட்டக்குலம் என நிறுவுக.

12. (a) Define left coset of a subgroup. Find all the left cosets of $\{0, 3, 6, 9\}$ in (Z_{12}, \oplus) .

ஒரு உட்குலத்தில் இடப்பெருக்கு கணத்தை வரையறு.
 (Z_{12}, \oplus) -ல் $\{0, 3, 6, 9\}$ என்ற உட்குலத்தின் அனைத்து
 இடப்பெருக்க கணத்தையும் காண்க.

Or

- (b) State and prove the Euler's theorem.

ஆய்லரின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

13. (a) If H is the only subgroup of a given order, then prove that it is a normal subgroup.

ஒரு எண்ணிக்கையில் உள்ள ஒரே உட்குலம் H எனில், அது
 நேர்மை உட்குலம் என நிறுவுக.

Or

- (b) Let N be a normal subgroup of a group G and G/N is the set of all right cosets of N in G . Show that G/N is a group under the operations defined by $N_a \cdot N_b = N_{ab}$.

N என்பது குலம் G -ன் நேர்மை உட்குலம் மற்றும் G/N
 என்பது G -யில் N -ன் அனைத்து வலது
 இணைக்கணங்களைக் கொண்ட கணம் ஆகும் எனில்
 $N_a \cdot N_b = N_{ab}$ என்ற செயலைப் பொருத்து G/N ஒரு
 குலம் என நிரூபி.

14. (a) Let G and G' be groups and let $f:G \rightarrow G'$ be an isomorphism. Prove that

(i) $f(e) = e'$

(ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$

G மற்றும் G' என்பன குலங்கள் மற்றும் $f:G \rightarrow G'$ ஓர் இயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில்

(i) $f(e) = e'$

(ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$ என நிறுவுக.

Or

(b) Let G and G' be two groups and let $f:G \rightarrow G'$ be a homomorphism. Prove that f is 1-1 if and only if $\ker f = \{e\}$.

G மற்றும் G' என்பன இரண்டு குலங்கள் மேலும் $f:G \rightarrow G'$ ஒரு செயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில் f ஓர் 1-1 சார்பாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை f -ன் உட்கரு = $\{e\}$ என நிறுவுக.

15. (a) Prove that the ring of quaternions is a skew field but not a field.

கோட்டர்னியன் வளையம் சமச்சீர்ற்ற களம் என்றும் ஆனால் அது களம் அல்ல என்றும் நிரூபி.

Or

(b) Show that the characteristics of an integral domain D is either 0 or a prime number.

எண் அரங்கத்தின் சிறப்பு எண் ஒன்று பூச்சியம் அல்லது பகா எண் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Show that a non-empty subset H of a group G is a subgroup of G if and only if $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

(b) Define S_n and A_n . Find the orders of each.

(அ) குலம் G -யில் உள்ள வெற்றற்ற உட்கணம் H உட்குலமாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ என நிறுவுக.

(ஆ) S_n மற்றும் A_n -யை வரையறு. மேலும் அவை ஒவ்வொன்றின் வரிசைகளைக் காண்க.

17. State and prove the Lagrange's theorem.

லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

18. Let N be a subgroup of G . Prove the following are equivalent :

(a) N is a normal subgroup of G

(b) $aNa^{-1} = N$ for all $a \in G$.

(c) $aNa^{-1} \subseteq N$ for all $a \in G$

(d) $ana^{-1} \in N$ for all $n \in N$ and $a \in G$.

N என்பது G -யின் உட்குலம் என்க. கீழ்க்கண்டவை சமமானவை என நிறுவுக.

(அ) N என்பது குலம் G -யின் நேர்மை உட்குலம்

(ஆ) $aNa^{-1} = N$ for all $a \in G$.

(இ) $aNa^{-1} \subseteq N$ for all $a \in G$

(ஈ) $ana^{-1} \in N$ for all $n \in N$ மற்றும் $a \in G$.

19. State and prove the Caley's theorem.

கெய்லியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

20. (a) Prove that the set of all units in a ring with identity from a group under multiplication.

(b) Show that Z_n is an integral domain if and only if n is prime.

(அ) மாற்றா உறுப்பு கொண்ட வளையத்திலுள்ள தன்மாற்றிகளெல்லாம் பெருக்கல் முறைப்படி ஒரு குலமாகும் என நிரூபி.

(ஆ) Z_n என்பது எண் அரங்கமாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை n என்பது பகா எண் என நிறுவுக.

A-8702

Sub. Code

4BMA3C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Third Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ITS APPLICATIONS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2 + y^2 - 2y}$.

தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2 + y^2 - 2y}$.

2. Solve : $p^2 - 5p + 6 = 0$.

தீர்க்க : $p^2 - 5p + 6 = 0$.

3. Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 12y = 0$.

தீர்க்க : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 12y = 0$.

4. Solve : $(x + 2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4(x + 2) \frac{dy}{dx} + 6y = 0$.

தீர்க்க : $(x + 2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4(x + 2) \frac{dy}{dx} + 6y = 0$.

5. Verify the condition of integrability in the equation $(y + z) dx + dy + dz = 0$.

$(y + z) dx + dy + dz = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு நிபந்தனை தொகையிடலை சரிபார்.

6. If $4x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x^5 \frac{dy}{dx} + (x^8 + 6x^4 + 4)y = 0$ find y_1 .

$4x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4x^5 \frac{dy}{dx} + (x^8 + 6x^4 + 4)y = 0$ எனில் y_1 -யை காண்க.

7. Eliminate a and b from $z = ax + by + a$ and find the partial differential equation.

$z = ax + by + a$ -யில் a மற்றும் b -யை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. Solve : $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 1$.

தீர்க்க : $\sqrt{p} + \sqrt{q} = 1$.

9. Find $L[t^{-1/2}]$.

$L[t^{-1/2}]$ -யை காண்க.

10. Find $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$ -யை காண்க.

Part B**(5 × 5 = 25)**Answer **all** questions choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve : $y = px + \frac{a}{p}$.

தீர்ச்சு : $y = px + \frac{a}{p}$.

Or

(b) Solve : $(D^3 - D^2 - D + 1) = 1 + x^2$.

தீர்ச்சு : $(D^3 - D^2 - D + 1) = 1 + x^2$.

12. (a) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$.

தீர்ச்சு : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x \log x$.

Or

(b) Solve : $ldx + mdy + ndz = 0$; $xdx + ydy + zdz = 0$.

தீர்ச்சு : $ldx + mdy + ndz = 0$; $xdx + ydy + zdz = 0$.

13. (a) Solve : $y(1 - \log y) \frac{d^2y}{dx^2} + (1 + \log y) \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$.

தீர்ச்சு : $y(1 - \log y) \frac{d^2y}{dx^2} + (1 + \log y) \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$.

Or

(b) Solve :

$$yz(ax + y + z)dx + zx(x + ay + z)dy +$$

$$xy(x + y + az)dz = 0.$$

தீர்க்க :

$$yz(ax + y + z)dx + zx(x + ay + z)dy +$$

$$xy(x + y + az)dz = 0.$$

14. (a) Eliminate f and φ from the relation

$$z = f(x + ay) + \varphi(x - ay).$$

$z = f(x + ay) + \varphi(x - ay)$ என்ற சமன்பாட்டின் உறவில் இருந்து f மற்றும் φ -யை நீக்குக.

Or

(b) Solve : $(y - z)p + (z - x)q = x - y$.தீர்க்க : $(y - z)p + (z - x)q = x - y$.15. (a) Evaluate : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt$.மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt$.

Or

(b) Find $L^{-1} \left[\log \left(\frac{1+s}{s} \right) \right]$.
 $L^{-1} \left[\log \left(\frac{1+s}{s} \right) \right]$ -யை காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Solve : $(y^2 + 2x^2y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$.

(b) Solve : $(px - y)(py + x) = 2p$.

(அ) தீர்க்க : $(y^2 + 2x^2y)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$.

(ஆ) தீர்க்க : $(px - y)(py + x) = 2p$.

17. Solve : $(5 + 2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$.

தீர்க்க : $(5 + 2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$.

18. Using the method of variation of parameters, solve :

$(D^2 + 1)y = \tan^2 x$.

துணையலகு மாறுதல் முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க :

$(D^2 + 1)y = \tan^2 x$.

19. (a) Solve : $p^2 + q^2 = z^2(x^2 + y^2)$.

(b) Solve by using Charpit's method

$p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 2xy = 0$.

(அ) தீர்க்க : $p^2 + q^2 = z^2(x^2 + y^2)$

(ஆ) சார்பிட்ஸ் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க :

$p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 2xy = 0$

20. Solve, by using Laplace transform

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} - 3y = \sin t \text{ given that } y = \frac{dy}{dt} = 0 \text{ when } t = 0.$$

லேப்டாஸ் உருமாற்றத்தை பயன்படுத்தி தீர்க்க :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} - 3y = \sin t \text{ இங்கு } t = 0 \text{ எனும் போது } y = \frac{dy}{dt} = 0$$

என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

A-8703

Sub. Code

4BMA4C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fourth Semester

Mathematics

SEQUENCES AND SERIES

(CBCS – 2014 onwards)

Time : Three Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **All** questions.

1. Define monotonic increasing sequence. Give an example.

ஓரியல்பான ஏறு தொடர் வரிசையை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.

2. If $(a_n) \rightarrow a$ and $K \in R$ then prove that $(Ka_n) \rightarrow Ka$.

$(a_n) \rightarrow a$ மற்றும் $K \in R$ எனில் $(Ka_n) \rightarrow Ka$ என நிறுவுக.

3. State the Cauchy's second limit theorem.

கோஷியின் இரண்டாம் எல்லை தேற்றத்தைக் கூறுக.

4. Prove that any convergent sequence is a cauchy sequence.

எந்தவொரு குவியும் தொடர்வரிசையும் கோஷி தொடர்வரிசை என நிறுவுக.

5. Check whether the series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ is convergent or not?

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ என்ற தொடர் குவிதல் ஆகுமா, இல்லையா என சோகனை செய்க.

6. Discuss the convergence of the series $\sum \frac{1}{\sqrt{(n^3 + 1)}}$.

$\sum \frac{1}{\sqrt{(n^3 + 1)}}$ என்ற தொடரின் குவிதலை ஆராய்க.

7. State the Raabe's test.

ராபிஸின் சோதனையை கூறுக.

8. Test the convergence of the series $\sum \frac{n^2 + 1}{5^n}$.

$\sum \frac{n^2 + 1}{5^n}$ என்ற தொடரின் குவிதலை சோதிக்க.

9. State the Leibnitz's test.

லீபினிட்ஸின் சோதனையைக் கூறுக.

10. Define absolutely convergent series with an example.

எடுத்துக்காட்டுடன் முற்றிலும் குவிதல் தொடரை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **All** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that any convergent sequence is a bounded sequence.

எந்தவொரு குவியும் தொடர்வரிசையும் எல்லைத் தொடர்வரிசை ஆகும் என நிறுவுக.

Or

- (b) If $(a_n) \rightarrow a$ and $a_n \geq 0$, for all n and $a \neq 0$, then prove that $(\sqrt{a_n}) \rightarrow \sqrt{a}$.

$(a_n) \rightarrow a$ மற்றும் $a_n \geq 0$, எல்லா n மற்றும் $a \neq 0$ எனில் $(\sqrt{a_n}) \rightarrow \sqrt{a}$ என நிறுவுக.

12. (a) Let $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Prove that (a_n) converges.

$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$ எனில் (a_n) குவிதல் தன்மையுடையது என நிறுவுக.

Or

- (b) With the usual notations, prove that $\frac{1}{n} [(n+1)(n+2)\dots(n+n)]^{\frac{1}{n}} \rightarrow \frac{4}{e}$.

வழக்கமான குறியீடுகளை பயன்படுத்தி $\frac{1}{n} [(n+1)(n+2)\dots(n+n)]^{\frac{1}{n}} \rightarrow \frac{4}{e}$ என நிறுவுக.

13. (a) Apply Cauchy's general principle of convergence to show that the series $\sum\left(\frac{1}{n}\right)$ is not convergent.

குவிதல் தன்மைக்கான கோஷியின் பொதுக் கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி $\sum\left(\frac{1}{n}\right)$ என்ற தொடர் குவிவு அல்ல என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $\sum\frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

$\sum\frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}$ என நிறுவுக.

14. (a) State and prove Gauss's test.

காலின் சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) Test the convergence of $\sum\frac{n^3 + a}{2^n + a}$.

$\sum\frac{n^3 + a}{2^n + a}$ -ன் குவியும் தன்மையை சோதிக்கவும்.

15. (a) State and prove Cauchy's condensation test.

கோஷியின் சுருக்குதல் சோதனையைக் கூறுக.

Or

- (b) Show that the series $\sum(-1)^n[\sqrt{n^2 + 1} - n]$ is conditionally convergent.

$\sum(-1)^n[\sqrt{n^2 + 1} - n]$ என்ற தொடர் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு குவிவாகும் என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **Three** questions.

16. (a) If (a_n) is a monotonic sequence then prove that $\frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{n}$ is also a monotonic sequence.

(b) If $(a_n) \rightarrow a$ then prove that $(|a_n|) \rightarrow |a|$.

(அ) (a_n) ஓர் ஓரியல்பு தொடர்வரிசை எனில் $\frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{n}$ -ம் ஓரியல்பு தொடர்வரிசை என நிறுவுக.

(ஆ) $(a_n) \rightarrow a$ எனில் $(|a_n|) \rightarrow |a|$ என நிறுவுக

17. (a) State and prove Cesaro's theorem.

(b) Show that any Cauchy sequence is a bounded sequence.

(அ) சிசாரோவின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

(ஆ) எந்தவொரு கோஷியின் தொடர்வரிசையும் ஒரு எல்லைக்கு உட்பட்ட தொடர்வரிசை என நிறுவுக.

18. Prove that the harmonic series $\sum \frac{1}{n^p}$ converges if $p > 1$ and diverges if $p \leq 1$.

$\sum \frac{1}{n^p}$ என்ற இசைத் தொடர் $p > 1$ -ல் குவியும் மற்றும் $p \leq 1$ -ல் விரியும் என நிறுவுக.

19. State and prove Kummer's test.

கம்மரின் சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

20. State and prove Cauchy's integral test.

கோஷியின் தொகையீட்டு சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

A-8704

Sub. Code

4BMA4C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fourth Semester

Mathematics

LINEAR ALGEBRA

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

All questions carry equal marks.

1. Define a subspace of a vector space. Give an example.

ஒரு வெக்டர் வெளியின் உள்வெளியை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.

2. Determine whether $\{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$ is linearly independent in $V_3(R)$ or not.

$V_3(R)$ -ல் $\{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$ ஒரு படி சார்ந்தவையா இல்லையா என காண்க.

3. Find the dimension of the subspace spanned by the vectors $(1,1,1), (-1,-1,-1)$ in $V_3(R)$.

$V_3(R)$ -ல் $(1,1,1), (-1,-1,-1)$ என்ற வெக்டர்கள் பரவியிருந்த உள்வெளியின் பரிமாணத்தைக் காண்க.

4. What is meant by basis of the vector space? Give an example.

ஒரு வெக்டர் வெளியின் அடிக்கணம் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக.

5. Let $T : V \rightarrow W$ be a linear transformation. Prove that $\dim v = \text{rank } T + \text{nullity } T$.

$T : V \rightarrow W$ என்பது ஒரு நேரியல் உருமாற்றம் எனில் $\dim v = \text{rank } T + \text{nullity } T$ என நிறுவுக.

6. If $T : R^2 \rightarrow R^2$ is defined by $T(a,b) = (2a - 3b, a+4b)$. Verify that T is a linear transformation or not.

$T(a,b) = (2a - 3b, a+4b)$ என $T : R^2 \rightarrow R^2$ - ல் வரையறுக்கப்பட்டால் T ஒரு நேரியல் உருமாற்றமா அல்லது இல்லையா என் சோதிக்க.

7. Find the characteristic equation of $\begin{pmatrix} -b & -c \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} -b & -c \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ -ன் சிறப்பியல் சமன்பாட்டைக் காண்க.

8. If λ is an eigen value of A then prove that $k\lambda$ is an eigen value of KA where k is a scalar.

A-யின் அய்கன் மதிப்பு λ எனில் KA-யின் அய்கன் மதிப்பு $k\lambda$ என நிறுவுக. இங்கு K என்பது எண்ணளவு.

9. Define an orthonormal set.

ஓரலகு செங்குத்து கணத்தை வரையறு.

10. Find the norm of the vector $(3,-4,0)$ in $V_3(R)$ with standard inner product.

திட்ட உட்பெருக்கலைப் பொறுத்து $V_3(R)$ -ல் $(3,-4,0)$ என்ற வெக்டரின் நீளத்தைக் காண்க.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions. choosing either (a) or (b).

11. (a) Let
- V
- be a vector space over a field
- F
- . Prove that

(i) $\alpha(u-v) = \alpha u - \alpha v$

(ii) $\alpha u = \alpha v \text{ and } \alpha \neq 0 \Rightarrow u = v$

(iii) $\alpha u = \beta u \text{ and } u \neq 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

F என்ற களத்தின் மீதமைந்த வெக்டர் வெளி V எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(i) $\alpha(u-v) = \alpha u - \alpha v$

(ii) $\alpha u = \alpha v \text{ and } \alpha \neq 0 \Rightarrow u = v$

(iii) $\alpha u = \beta u \text{ and } u \neq 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

Or

- (b) Prove that the union of two subspaces of a vector space need not be a subspace.

ஒரு வெக்டர் வெளியின் இரு உள்வெளிகளின் சேர்ப்புக் கணம் உள்வெளியாக இருக்க வேண்டியதில்லை என்பதை நிறுவுக.

12. (a) Prove that the vectors
- $S = \{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,1)\}$
- form a basis of
- $V_3(R)$
- .

$S = \{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,1)\}$ என்பவை $V_3(R)$ என்ற வெக்டர் வெளிக்கு அடிக்கணம் என நிறுவுக.

Or

- (b) Let
- V
- be a vector space over a field
- F
- .

$S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subseteq V$. Prove the following are equivalent.

(i) S is a basis for V .

(ii) S is a maximal linearly independent set.

F என்ற களத்தின் மீதமைந்த வெக்டர் வெளி V என்க.
 $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subseteq V$ எனில் கீழே
 கொடுக்கப்பட்டுள்ளவைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமமானவை
 என நிறுவுக.

- (i) S என்பது V -ன் அடிப்படை
 (ii) S என்பது அதிகபட்ச ஒரு படி சாராத கணம்

13. (a) Define a linear transformation with an example. Let
 $T: V \rightarrow W$ be a linear transformation. Prove
 that $T(V) = \{T(v)/v \in V\}$ is a subspace of W .

எடுத்துக்காட்டுடன் ஒரு உருமாற்றத்தை வரையறு. மேலும்

$T: V \rightarrow W$ ஒரு படி உருமாற்றம் எனில்
 $T(V) = \{T(v)/v \in V\}$ என்பது W -வின் உள்வெளி என
 நிறுவுக.

Or

- (b) Obtain the matrix representing the linear
 transformation $T: V_3(R) \rightarrow V_3(R)$ given by
 $T(a, b, c) = (3a, a - b, 2a + b + c)$ w.r.t. the standard
 basis $\{e_1, e_2, e_3\}$.

$T(a, b, c) = (3a, a - b, 2a + b + c)$ என வரையறுக்கப்பட்ட
 $T: V_3(R) \rightarrow V_3(R)$ என்ற ஒரு படி உருமாற்றத்திற்கு
 $\{e_1, e_2, e_3\}$ என்ற வழக்கமான அடிக்கணத்தைப் பொறுத்து
 அணியைக் காண்க.

14. (a) Using Cayley - Hamilton theorem find the inverse of

the matrix $\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

கெய்லி - ஹேமில்டன் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$
 என்ற அணியின் எதிர் அணியைக் காண்க.

Or

(b) For what values of λ and μ the system of equations
 $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 10$, $x + 2y + \lambda z = \mu$ are

- (i) inconsistent
- (ii) consistent
- (iii) have a unique solution.

λ , μ -ன் எந்த மதிப்புகளுக்கு
 $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 10$, $x + 2y + \lambda z = \mu$ என்ற
 சமன்பாடுகள்.

- (i) பொருத்தமில்லாதவை
- (ii) பொருத்தமுடையவை
- (iii) தனித்த தீர்வை கொண்டவை எனக் காண்க.

15. (a) Prove that $V_n(\mathbb{C})$ is a complex inner product space
 with inner product defined by
 $\langle x, y \rangle = x_1 \bar{y}_1 + x_2 \bar{y}_2 + \dots + x_n \bar{y}_n$ where
 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ மற்றும் $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$,
 $\langle x, y \rangle = x_1 \bar{y}_1 + x_2 \bar{y}_2 + \dots + x_n \bar{y}_n$ என்ற
 உட்பெருக்கலைப் பொறுத்து $V_n(\mathbb{C})$ ஒரு சிக்கலெண்
 உட்பெருக்கல் வெளி என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the norm defined is an inner product space V has the following property $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

V என்ற உட்பெருக்கல் வெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட வெக்டரின் நீளம் கீழ்க்காணும் பண்பை நிறைவு செய்யும் எனக்காட்டுக. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Let V be a vector space over a field F and S be a non-empty subset of V . Prove the following:

- (a) $L(S)$ is a subspace of V
 (b) $S \subseteq L(S)$
 (c) $L(S)$ is the smallest subspace of V containing S .

F என்ற களத்தின் மீதமைந்த வெக்டர் வெளி V மற்றும் S என்பது V -ன் வெற்றற்ற உட்கணம் எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

(அ) $L(S)$ என்பது V -ன் உள்வெளி

(ஆ) $S \subseteq L(S)$

(இ) $L(S)$ என்பது S -யை பெற்றுள்ள மிகச் சிறிய V -யின் உள்வெளி என நிறுவுக.

17. Let V be a finite-dimensional vector space over a field F . Let A and B be subspaces of V . Prove that $\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$.

F என்ற களத்தின் மீதமைந்த, முடிவுறு பரிமாணமுடைய வெக்டர் வெளி V என்க. மேலும் A மற்றும் B என்பன V -என்ற வெக்டர் வெளியின் உள்வெளிகள் எனில் $\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$ என நிறுவுக.

18. Let V be a vector space over a field F . Let A and B be subspace of V . Prove that $\frac{A+B}{A} \cong \frac{B}{A \cap B}$.

F என்ற களத்தின் மீதமைந்த வெக்டர் வெளி V என்க. மேலும் A மற்றும் B என்பன V -யின் உள்வெளி எனில் $\frac{A+B}{A} \cong \frac{B}{A \cap B}$ என நிறுவுக.

19. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியின் அய்கள் மதிப்புகள் மற்றும்}$$

அய்கள் வெக்டர்களைக் காண்க.

20. Apply Gram-Schmidt process to construct an orthonormal basis for $V_3(\mathbb{R})$ with the standard inner product for the basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ where $v_1 = (1, 0, 1), v_2 = (1, 3, 1)$ and $v_3 = (3, 2, 1)$.

$v_1 = (1, 0, 1), v_2 = (1, 3, 1)$ மற்றும் $v_3 = (3, 2, 1)$ என்ற உட்பெருக்கல் முறையில் அடிப்படைக் கணத்தை பயன்படுத்தி $V_3(\mathbb{R})$ -ன் ஓரலகு செங்குத்து அடிப்படை கணத்தை கிராம் - ஸ்மித் முறையை பயன்படுத்தி காண்க.

A-8705

Sub. Code

4BMA5C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

MODERN ANALYSIS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define an uncountable set. Give an example.
எண்ணிடமுடியாத கணத்தை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
2. Define a subspace with an example.
எடுத்துக்காட்டுடன் உள்வெளியை வரையறு.
3. When will you say that a metric space is said to be complete?
யாப்பு வெளி எப்பொழுது முழுமையானது என கூறுவாய்?
4. Is \mathbb{R} second category? Justify.
 \mathbb{R} இரண்டாம் வகையா? நியாயப்படுத்து.
5. Define a continuous functions.
ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பை வரையறு.
6. Prove that the metric spaces $(0, \infty)$ and \mathbb{R} with usual metrics are homeomorphic.
வழக்கமான யாப்பு வெளிகளில் $(0, \infty)$ மற்றும் \mathbb{R} என்ற யாப்பு வெளிகள் வடிவொப்புமை என நிறுவுக.
7. Define a connected set. Give an example.
தொகுத்த கணம் வரையறு. எடுத்துக்காட்டுடன் தருக.

8. Prove that any connected subset of a \mathbb{R} containing more than one point is uncountable.

ஒரு புள்ளிக்கு மேல் கொண்டுள்ள \mathbb{R} -ன் எந்த இணைந்த உட்கணமும் எண்ணிட முடியாது என நிறுவுக.

9. Is $(0,1)$ in \mathbb{R} , a compact interval?

$(0,1)$ எனும் இடைவெளி \mathbb{R} -இல் கச்சிதமானதா?

10. Define sequentially compact.

தொடர் கச்சிதமானதை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that $N \times N$ is countable.

$N \times N$ எண்ணிடத்தக்கது என நிறுவுக.

Or

- (b) Let M be the set of all bounded real valued functions defined on a non empty set E . Define.

$d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| / x \in E\}$, $f, g \in M$ show that d is a metric on M

வெற்று இல்லா பணம் E இல் வரையறை செய்யப்பட்ட, வரம்புடைய இயல் எண் மதிப்புள்ள சார்புகளில் தொகுப்பு M என்க $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| / x \in E\}$, $f, g \in M$ வரையறுக்கப்பட்டால், d ஒரு யாப்பு வெளி என நிறுவுக

12. (a) Let M be a metric space and $A \subseteq M$. Prove that $x \in \bar{A} \Leftrightarrow$ there exists a sequence (x_n) in A such that $(x_n) \rightarrow x$.

M ஒரு யாப்பு வெளி மற்றும் $A \subseteq M$ என்க. $x \in \bar{A} \Leftrightarrow (x_n) \rightarrow x$ என இருக்குமாறு A -யில் ஏதாவது ஒரு தொடர் இருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that a closed set A is a metric space M is nowhere dense $\Leftrightarrow A^c$ is everywhere dense.

M என்ற யாப்பு வெளியில், A என்ற மூடிய உட்கணம் எவ்விடமும் நிறைந்தது $\Leftrightarrow A^c$ எங்கும் நிறைந்தது என நிறுவுக.

13. (a) If $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ is defined as $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 1 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$ show that f is not continuous.

$$f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \text{ என்பது } f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ விகித முறா எண் எனில்} \\ 1, & x \text{ விகிதமுறு எண் எனில்} \end{cases}$$

என்று வரையறுக்கப்பட்டிருப்பின் f ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு அல்ல என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that \mathbb{R} with usual metric is not homeomorphic to \mathbb{R} with discrete metric

வழக்கமான யாப்புடைய \mathbb{R} -உடன் பிரிநிலை யாப்புடைய \mathbb{R} -ற்கு வடிவொப்புமை இல்லை என நிறுவுக

14. (a) If A and B are connected subsets of a metric space M and if $A \cap B \neq \emptyset$, Prove that $A \cup B$ is connected.

ஒரு யாப்பு வெளி M இல் A மற்றும் B என்பன தொடுத்த உட்கணங்கள், $A \cap B \neq \emptyset$ எனில் $A \cup B$ தொடுத்த கணம் என நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove intermediate value theorem.

இடை மதிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

15. (a) Prove that a closed subspace of a compact metric space is compact.

கச்சிதமான யாப்பு வெளியில் உள்ள மூடிய உள்வெளி கச்சிதமானது என நிறுவுக.

Or

- (b) If A is a totally bounded subset of \mathbb{R} , then prove that \overline{A} is compact.

A என்பது \mathbb{R} -ன் பூரண வரம்புடைய உட்கணம் எனில் \overline{A} கச்சிதமானது என நிறுவுக

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove Holder's inequality.

ஹோல்டர் சமனின்மையை கூறி நிறுவுக.

17. prove that l_2 – is a complete metric space.

l_2 முழுமையான யாப்பு வெளி என நிறுவுக.

18. Let (M_1, d_1) and (M_2, d_2) to two metric space. Prove that a function $f: M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $f^{-1}(G)$ is open in M_1 whenever G is open in M_2

(M_1, d_1) மற்றும் (M_2, d_2) என்பன இரண்டு யாப்பு வெளிகள் என்க. ஒரு சார்பு $f: M_1 \rightarrow M_2$ தொடர்ச்சியானதாக இருக்கத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை, M_2 –ல் கணம் G திறந்தது எனில் M_1 –ல் $f^{-1}(G)$ திறந்தது என நிறுவுக.

19. Prove that a subspace of \mathbb{R} is connected if and only if it is an interval.

\mathbb{R} -ன் ஒரு உள்வெளி தொடர்புள்ளதாய் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை அது ஒரு இடைவெளி என்பதே என நிறுவுக.

20. State and prove Heine Borel theorem.

ஹெனி-போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

A-8706

Sub. Code

4BMA5C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

MATHEMATICAL STATISTICS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define a discrete random variable.
தனித்தனி சரிசம வாய்ப்புள்ள மாறியை வரையறு.
2. Show that $M_{X-a}^{(t)} = e^{-at} M_X^{(t)}$.
 $M_{X-a}^{(t)} = e^{-at} M_X^{(t)}$ என நிரூபி.
3. Compute the mode of a binomial distribution $B(7, \frac{1}{4})$.
 $B(7, \frac{1}{4})$ என்ற ஈறுப்பு பரவலுக்கு வகையைக் காண்க.
4. Write down the ratio for Q.D, M.D, S.D approximately for normal distribution.
இயல்நிலை பரவலுக்கு தோராயமாக Q.D, M.D, S.D கான விகிதத்தை எழுது.
5. Define the region of rejection.
பிராந்திய நிராகரிப்புவை வரையறு.
6. Define simple sampling.
சாதாரணக் கூறுவை வரையறு.

7. Write down the test for the difference between the mean of a sample and that of a population.

கூறுவின் சராசரி மற்றும் மக்கள் தொகையின் சராசரிக்கான வித்தியாசத்தின் சோதனையை எழுது.

8. Define F-distribution.

F-பரவலை வரையறு.

9. Write down the χ^2 -test of independence for the 2×2 contingency table.

a	b
c	d

a	b
c	d

என்ற தற்செயல் அட்டவணைக்கான χ^2 -சாராத சோதனையை எழுது.

10. Give an example for analysis of variance.

பரவற்படி ஆய்வுக்கான எடுத்துக்காட்டை தருக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the constant C so that $f(x) = C\left(\frac{2}{3}\right)^x$; $x = 1, 2, 3, \dots$ satisfies the p.d.f of a discrete random variable X .

$f(x) = C\left(\frac{2}{3}\right)^x$; $x = 1, 2, 3, \dots$ என்பது X என்ற தனித்தனி சரிசம வாய்ப்புள்ள மாறியைக் கொண்டு p.d.f-யை பூர்த்தி செய்கின்றது என்றால் மாறிலி C -யைக் காண்க.

Or

- (b) Let X have the p.d.f $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{if } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$.

Find the mean and standard deviation of X .

$$X \text{ என்பது } f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{2} & \text{if } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases} \text{ என்ற p.d.f-யை}$$

பெற்றிருந்தால் X -க்கான சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

12. (a) State and prove addition property of binomial distribution.

ஈருறுப்பு பரவலின் கூடுதல் விதியை எழுதி நிறுவு.

Or

- (b) Fit a poisson distribution to the following data :

$x :$	0	1	2	3	4	Total/ மொத்தம்
$f :$	123	59	14	3	1	200

மேலே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு பாய்ஸான் பரவலை பொருத்துக.

13. (a) A coin is tossed 800 times and a person gets 350 heads. Can we say that he has made a random tossing each time?

ஒரு நாணயம் 800 முறை வீசப்படுகிறது மேலும் ஒருவர் 350 முறை தலை பெறுகின்றார். ஒவ்வொரு நேரத்திலும் சமவாய்ப்பில் வீசப்படுகிறது என எடுத்துக் கொள்ள முடியுமா?

Or

- (b) The following data gives the means of two samples taken from a population. Examine whether there is any significant difference between the two samples $n_1 = 1000$; $n_2 = 2000$; $\bar{x}_1 = 67.5$; $\bar{x}_2 = 68$; $\sigma = 2.5$.

மக்கள் தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட இரண்டு கூறுகளின் சராசரிகள் கீழே அட்டவணையாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டு கூறுகளுக்கு இடையில் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உள்ளதா எனக் காண்க. $n_1 = 1000$; $n_2 = 2000$; $\bar{x}_1 = 67.5$; $\bar{x}_2 = 68$; $\sigma = 2.5$.

14. (a) A random sample of 10 boys has the following I.Q 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107, 100. Do these data support the assumption of a population mean I.Q. of 100?

10 மாணவர்களின் சரிசமவாய்ப்பு மாதிரிகள் கீழே கொடுக்கப்பட்ட I.Q -களை பெற்றிருக்கின்றன 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107, 100. இந்த விபரங்கள் 100 பேரின் மக்கள் தொகை சராசரிக்கான அனுமானத்தை ஆதரிக்கின்றதா?

Or

- (b) Find 95% confidence limits for the mean of a normally distributed population from which the following sample was taken 15, 17, 10, 18, 16, 9, 7, 11, 13, 14.

சாதாரணமாக விநியோகிக்கப்பட்ட மக்கள் தொகையிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகள் முறையே 15, 17, 10, 18, 16, 9, 7, 11, 13, 14 எனில் சராசரிக்கான 95% நம்பக எல்லைகளைக் காண்க.

15. (a) Five coins are tossed 320 times. The number of heads observed is given below. Examine whether the coin is unbiased.

No. of heads/ தலைகளின் எண்ணிக்கை :	0	1	2	3	4	5	Total/மொத்தம்
Frequency/ அதிர்வெண் :	15	45	85	95	60	20	320

ஐந்து நாணயங்கள் 320 தடவை சுண்டப்படுகின்றது. தலைகள் கிடைக்கும் எண்ணிக்கை மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. நாணயத்தை நடுநிலையானது என எடுத்துக் கொள்ளலாமா என ஆய்க.

Or

- (b) In 200 toss of a coin 115 head and 85 tails were observed. Test the hypothesis whether the coin is unbiased at 5% level of significance using χ^2 .

200 முறை நாணயம் சுண்டும் பொழுது 115 தலை மற்றும் 85 பூ கிடைக்கின்றது. χ^2 -யை பயன்படுத்தி 5% நிலையில் நாணயம் நடுநிலையானதா என சோதித்திப்பார்.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Obtain the (a) mean (b) median and (c) mode for the

$$\text{following distribution } f(x) = \begin{cases} 6(x - x^2) & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 6(x - x^2) & \text{if } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{மற்றபடி} \end{cases} \quad \text{என் பரவலுக்கு (அ) சராசரி}$$

(ஆ) மையக்கோடு மற்றும் (இ) வகையைக் காண்க.

17. If X is normally distributed with mean 8 and S.D. 4 find
(a) $P(5 \leq X \leq 10)$ (b) $P(10 \leq X \leq 15)$ (c) $P(X \geq 15)$
(d) $P(X \leq 5)$ (e) $P(|X - 5| \leq 15)$.

சராசரி 8 மற்றும் S.D. 4 உடன் X என்பது இயல்நிலை பரவல் என்றால் (அ) $P(5 \leq X \leq 10)$ (ஆ) $P(10 \leq X \leq 15)$ (இ) $P(X \geq 15)$ (ஈ) $P(X \leq 5)$ (உ) $P(|X - 5| \leq 15)$ யைக் காண்க.

18. The mean production of wheat of a sample of 100 plots is 200 kgs per acre with s.d. of 10 kgs. Another sample of 150 plots gives the mean production of wheat as 220 kgs. With s.d. of 12 kgs. Assuming the s.d. of the 11 kgs for the universe find, at 1% level of significance, whether the two results are consistent.

100 மாதிரிகளில் இருந்து விளைவிக்கப்பட்ட கோதுமையின் சராசரி உற்பத்தி ஏக்கருக்கு 200 கி.கி. அத்துடன் அதன் திட்டவிலக்கம் 10 கி.கி. மற்றொரு 150 மாதிரிகளில் இருந்து விளைவிக்கப்பட்ட கோதுமையின் சராசரி உற்பத்தி ஏக்கருக்கு 220 கி.கி அத்துடன் அதன் திட்ட விலக்கம் 12 கி.கி. மொத்தத்தின் திட்ட விலக்கம் 11 கி.கி. எனக் கொண்டு. அதன் 1 அளவுக்கு மேலே உள்ள அளவுகள் ஒத்துள்ளனவா எனக் காண்க.

19. Two random samples gave the following results. Test whether the samples could have come from the same normal population.

Sample/ மாதிரிகள்	Size/ அளவு	Sample mean/ மாதிரி சராசரி	Sum of square of deviations from the mean/ சராசரியிலிருந்து திட்ட விலக்கங்களின் வரிகள்களின் கூடுதல்
I	10	45	90
II	12	14	108

இரண்டு சரிசம மாதிரிகளின் விளைவுகள் மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அந்த இரண்டு மாதிரிகளும் ஒரே இயல்நிலை மக்கள் தொகையில் இருந்து வந்ததா என சோதித்துபார்.

20. Analyse the variance in the following latin square.

A 8	C 18	B 9
C 9	B 18	A 16
B 11	A 10	C 20

மேலே உள்ள லேட்டின் சதுரத்தின் பரவற்படி ஆய்வைக் காண்க.

A-8707

Sub. Code
4BMA5C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

STATICS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. State Lami's theorem.
லேமியின் தேற்றத்தை எழுது.
2. Show that a force has no resolved part in a direction perpendicular to itself.
ஒரு விசைக்கு செங்குத்தாக உள்ள திசையில் பிரிக்கும் பகுதி இல்லை என நிரூபி.
3. If three parallel forces are in equilibrium, then prove that each is proportional to the distance between the other two.
மூன்று இணைவிசைகள் சமநிலையில் இருந்தால் ஒவ்வொன்றும் மற்ற இரண்டு விசைகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரத்திற்கு தொடர் விகிதத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.
4. Define the moment of the couple.
ஒரு சுழலின் திருப்புத்திறனை வரையறு.

5. Write down the equation of the line of action of the resultant.
விளைவின் விசைக் கோட்டுச் சமன்பாட்டை எழுது.
6. State two trigonometrical theorems.
கோண விகித தேற்றங்களை எழுது.
7. Define a coefficient of friction.
உராய்வுக் கெழுவை வரையறு.
8. Define an angle of friction.
உராய்வு கோணத்தை வரையறு.
9. Define a common catenary.
பொது சங்கிலியகத்தை வரையறு.
10. Define the vertex and the directrix of the catenary.
சங்கிலியகத்தின் முனை மற்றும் இயங்குவரையை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the resultant of two equal forces P, P at an angle α is $2P \cos \frac{\alpha}{2}$ in a direction bisecting the angle between them.
இரண்டுக்கும் இடையில் சமகோணம் கொண்ட திசையில் α கோணமுடைய இரண்டு சமமமான விசைகள் P, P -யின் விளைவை $2P \cos \frac{\alpha}{2}$ என நிரூபி.

Or

- (b) OA, OB, OC are the lines of action of two forces P and Q and their resultant R respectively. Any transversal meets the lines in L, M and N respectively, prove that $\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}$.

OA, OB, OC என்பன P மற்றும் Q மற்றும் அதனுடைய விளைவு விசை R ஆகியவற்றின் முறையே நேர்கோட்டு விசைகள் ஆகும். ஒரு குறுக்கு வெட்டி கோடுகளை முறையே L, M மற்றும் N -ல் சந்தித்தால் $\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}$ என நிரூபி.

12. (a) Find the resultant of two unlike and unequal parallel forces acting on a rigid body.

ஒரு விரைப்பான பொருளின் மீது இரண்டு இணையற்ற மற்றும் சமமில்லாத விசைகள் செயல்பட்டால் அவைகளின் விளைவைக் காண்க.

Or

- (b) If two couples, whose moments are equal and opposite, act in the same plane upon a rigid body, prove that they balance one another.

சமம் மற்றும் எதிர் திசைகள் உடன் திருப்புத் திறன் கொண்ட இரண்டு சமம்கள் ஒரு விரைப்பான பொருளின் ஒரே தளத்தில் செயல்பட்டால் அவைகள் ஒன்றை ஒன்று சமமடையும் என நிரூபி.

13. (a) If three forces acting on a rigid body are in equilibrium, prove that they must be coplanar.

ஒரு விரைப்பான பொருளின் மீது மூன்று விசைகள் செயல்பட்டு சமநிலை செய்கிறது எனில் அவை கண்டிப்பாக ஒரு தளத்தில் இருக்கும் என நிரூபி.

Or

- (b) If forces P_1, P_2, P_3 act along the sides BC, CA, AB of a ΔABC , and if they reduce to a couple, show that $\frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{CA} = \frac{P_3}{AB}$.

ΔABC -ல் P_1, P_2, P_3 என்ற விசைகள் BC, CA, AB ஆகிய பக்கங்களில் செயல்படுகிறது மற்றபடி அலைகள் சுழலாக குறைக்கப்படுகின்றது எனில் $\frac{P_1}{BC} = \frac{P_2}{CA} = \frac{P_3}{AB}$ என நிரூபி.

14. (a) State Laws of friction.

உராய்வின் விதிகளை எழுது.

Or

- (b) Show that the best angle of traction up a rough inclined plane is the angle of friction.

சொரசொரப்பான சாய்தளத்தின் சிறந்த கோண இழுப்பு வரையை உராய்வு கோணம் என நிரூபி.

15. (a) Show that $x = c \log(\sec \psi + \tan \psi)$.

$x = c \log(\sec \psi + \tan \psi)$ என நிரூபி.

Or

- (b) A chain of length $2l$ hangs between two points A and B on the same level. The tension both at A and B is 5 times the tension at the lowest point. Prove that the horizontal distance between A and B is $\frac{l}{\sqrt{6}} \log(5 + 2\sqrt{3})$.

$2l$ நீளம் கொண்ட சீரான சங்கிலியை A, B என்ற இரண்டு புள்ளிகளில் ஒரே கிடைகோட்டில் தொங்கவிடப்படுகின்றது. மிக கீழே உள்ள புள்ளியில் இருந்து A-யில் உள்ள இழுவிசை 5 மடங்கு எனில் A மற்றும் B-க்கும் இடைபட்ட கிடைமட்ட தூரம் $\frac{l}{\sqrt{6}} \log(5 + 2\sqrt{3})$ என நிரூபி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. ABC is a given triangle. Forces P, Q, R acting along the lines OA, OB, OC are in equilibrium. Prove that

$$(a) \quad P : Q : R = a^2(b^2 + c^2 - a^2) : b^2(c^2 + a^2 - b^2) : c^2(a^2 + b^2 - c^2)$$

if O is the circumcentre of the triangle

$$(b) \quad P : Q : R = \cos \frac{A}{2} : \cos \frac{B}{2} : \cos \frac{C}{2} \text{ if } O \text{ is the incentre of the triangle}$$

$$(c) \quad P : Q : R = a : b : c \text{ if } O \text{ is the ortho centre of the triangle.}$$

ABC என்பது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம். P, Q, R என்ற விசைகள் OA, OB, OC என்ற கோட்டில் செயல்பட்டு சமநிலை செய்கின்றது எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக

$$(அ) \quad P : Q : R = a^2(b^2 + c^2 - a^2) : b^2(c^2 + a^2 - b^2) : c^2(a^2 + b^2 - c^2)$$

இங்கு O என்பது முக்கோணத்தின் சுற்று மையம்

$$(ஆ) \quad P : Q : R = \cos \frac{A}{2} : \cos \frac{B}{2} : \cos \frac{C}{2} \text{ இங்கு } O \text{ என்பது முக்கோணத்தின் உள்மையம்.}$$

$$(இ) \quad P : Q : R = a : b : c \text{ இங்கு } O \text{ என்பது முக்கோணத்தின் செங்குத்து மையம்.}$$

17. State and prove Varignon's theorem of moments.

வேரிகானின் சுழல் திறனுக்கான தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

18. A beam of weight W hinged at one end is supported at the other end by a string so that the beam and the string are in a vertical plane and make the same angle θ with the horizon. Show that the reaction at the hinge is $\frac{W}{4}\sqrt{8 + \operatorname{cosec}^2\theta}$.

W எடை கொண்ட ஒரு உத்திரம் ஒரு முனையில் பிணைக்கப்பட்டு மற்றொரு முனையை உத்திரமும் கம்பியும் செங்குத்து தளத்தில் உள்ளவாறு ஒரு கம்பியால் கட்டப்படுகின்றது மற்றபடி இரண்டு ஒரே கோணம் θ -வை கிடைமட்டத்துடன் ஏற்படுத்துகின்றது.

பிணைப்பின் எதிர்விசை $\frac{W}{4}\sqrt{8 + \operatorname{cosec}^2\theta}$ என நிரூபி.

19. A uniform ladder is in limiting equilibrium with one end resting on a rough horizontal plane and the other against a rough vertical wall, the angles of friction being λ and λ' respectively. Show that the inclination θ of the ladder to the horizon is given by $\tan \theta = \frac{\cos(\lambda + \lambda')}{2\sin \lambda \cos \lambda'}$

ஒரு சீரான ஏணி எல்லை சமநிலையில் ஒரு முனை சொரசொரப்பான தரையில் ஒவ்வெடுக்கின்றது மற்றும் அதன் மறுமுனை சொரசொரப்பான சுவற்றில் சாய்த்து வைக்கப்படுகின்றது, உராய்வு கோணங்கள் முறையே λ மற்றும் λ' எனில் ஏணி தரையுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் θ எனில் $\tan \theta = \frac{\cos(\lambda + \lambda')}{2\sin \lambda \cos \lambda'}$ என நிரூபி.

20. Derive the Cartesian equation to the catenary.

சங்கிலியகத்திற்கான கார்டீசியன் சமன்பாட்டை பெறுக.

A-8708

Sub. Code

4BMA5C4

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

LINEAR PROGRAMMING

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. What is meant by linear programming?

நேரியல் திட்டமிடல் என்றால் என்ன?

2. Define basic feasible solution.

அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு வரையறு.

3. Define a slack variable and surplus variable.

பற்றாக்குறை மாறி மற்றும் உபரி மாறி ஆகியவற்றை வரையறு.

4. What is meant by optimal solution?

உகந்த தீர்வு என்றால் என்ன?

5. Write short note on the general primal–dual pair.

பொதுவான மூலாதாரம் இருமை ஜோடியை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.

6. Define dual simplex method.
இருமையின் சாதாரண முறையை வரையறு.
7. Write down the steps in North-west corner rule.
வடக்கு-மேற்கு மூலை விதியின் படிகளை எழுதுக.
8. What is meant by an unbalanced transportation problem?
சமநிலை அல்லாத போக்குவரத்து கணக்கு என்றால் என்ன?
9. What is the objective of an assignment problem?
ஒரு ஒதுக்கீட்டு கணக்கின் குறிக்கோள் என்ன?
10. Define a sequencing problem.
ஒரு வரிசைப்படுத்தும் கணக்கை வரையறு.

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Rewrite in standard form the following linear programming problem:

$$\text{Minimize } Z = 2x_1 + x_2 + 4x_3$$

subject to the constraints:

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 4, x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 5, 2x_1 + 3x_3 \leq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and } x_3 \text{ unrestricted in sign.}$$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நேரியல் திட்டமிடல் கணக்கை அதனுடைய நிலையான அமைப்பாக மாற்றி எழுதுக. மீச்சிறியதாக்கு $Z = 2x_1 + x_2 + 4x_3$

கட்டுப்பாடுகள்

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 4, x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 5, 2x_1 + 3x_3 \leq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ மற்றும் } x_3 \text{ குறி கட்டுப்பாடற்றது}$$

Or

- (b) Solve graphically the following linear programming problem:

$$\text{Maximize } Z = 10x_1 + 6x_2$$

subject to:

$$5x_1 + 3x_2 \leq 30, x_1 + 2x_2 \leq 18 \text{ and } x_1, x_2 \geq 0.$$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நேரியல் திட்டமிடல் கணக்கை வரைபடம் மூலம் தீர்க்க.

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } Z = 10x_1 + 6x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$5x_1 + 3x_2 \leq 30, x_1 + 2x_2 \leq 18 \text{ மற்றும் } x_1, x_2 \geq 0.$$

12. (a) Enumerate the penalty method to solve an linear programming problem.

ஒரு நேரியல் திட்டமிடல் கணக்கை தீர்வு காண்பதற்கான தண்டனை முறையை விவரிக்க.

Or

- (b) Find the inverse of the following matrix by using simplex method : $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு அணியை இலகு அமைப்பு முறையை பயன்படுத்தி காண்க.

13. (a) Show that the dual of dual is the primal.

இருமையின் இருமை முதன்மை என நிறுவுக.

Or

- (b) Write down the dual simplex algorithm.

இருமை இலகு அமைப்பு செயல்முறையை எதுமுக.

14. (a) Write down the mathematical formulation of a transportation problem.

போக்குவரத்துக் கணக்கின் கணிதவியல் வடிவத்தை எழுதுக.

Or

- (b) Find the initial basic feasible solution to the following transportation problem using least cost method:

		To				Availability
		D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
From	O ₁	1	2	3	4	6
	O ₂	4	3	2	0	8
	O ₃	0	2	2	1	10
Requirement		4	6	8	6	

மீச்சிறு செலவு முறையை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்து கணக்கிற்கு ஆரம்ப அடிப்படை சாத்திய தீர்வைக் காண்க.

		பெறுமிடம்				இருப்பு
		D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
அனுப்பும் இடம்	O ₁	1	2	3	4	6
	O ₂	4	3	2	0	8
	O ₃	0	2	2	1	10
தேவை		4	6	8	6	

15. (a) Solve the following assignment problem:

	A	B	C	D
I	1	4	6	3
II	9	7	10	9
III	4	5	11	7
IV	8	7	8	5

கீழ்காணும் ஒதுக்கீட்டு கணக்கை தீர்க்க.

	A	B	C	D
I	1	4	6	3
II	9	7	10	9
III	4	5	11	7
IV	8	7	8	5

Or

(b) Solve the following travelling salesman problem.

	To	A	B	C	D	E
From A	∞	2	5	7	1	
From B	6	∞	3	8	2	
From C	8	7	∞	4	7	
From D	12	4	6	∞	5	
From E	1	3	2	8	∞	

கீழ்க்காணும் பயணம் செய்யும் விற்பனையாளரின் கணக்கை தீர்க்க.

முடிவு

	A	B	C	D	E
A	∞	2	5	7	1
ஆரம்பம் B	6	∞	3	8	2
C	8	7	∞	4	7
D	12	4	6	∞	5
E	1	3	2	8	∞

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Explain the mathematical formulation of a linear programming problem and its matrix formulation.

நேரியல் திட்டமிடல் கணக்கின் கணித அமைப்பு முறையை விவரி மேலும் அதன் அணி அமைப்பினையும் விவரி.

- (b) Narrate the following terms:

- (i) Degenerate basic feasible solution;
(ii) Unbounded solution.

கீழ்க்கண்டவற்றினை பற்றி விவரி.

- (i) சிதைந்த அடிப்படை சாத்தியமான தீர்வு
(ii) முடிவில்லாத தீர்வு

17. Use Two-phase simplex method to solve:

$$\text{Maximize } z = 5x_1 + 3x_2.$$

Subject to:

$$2x_1 + x_2 \leq 1, x_1 + 4x_2 \geq 6 \text{ and } x_1, x_2 \geq 0.$$

இருகட்ட இலகு அமைப்பு முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } z = 5x_1 + 3x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$2x_1 + x_2 \leq 1, x_1 + 4x_2 \geq 6 \text{ மற்றும் } x_1, x_2 \geq 0.$$

18. Use duality to solve the following linear programming problem:

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + x_2$$

Subject to:

$$x_1 + 2x_2 \leq 10, x_1 + x_2 \leq 6, x_1 - x_2 \leq 2, x_1 - 2x_2 \leq 1 \text{ and}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

இருமை முறையை பயன்படுத்தி கீழே கொடுக்கப்பட்ட நேரியல் திட்டமிடல் கணக்கை தீர்க்க

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } z = 2x_1 + x_2$$

கட்டுப்பாடுகள்

$$x_1 + 2x_2 \leq 10, x_1 + x_2 \leq 6, x_1 - x_2 \leq 2, x_1 - 2x_2 \leq 1 \text{ மற்றும்}$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

19. Write down the Hungarian algorithm to find the optimal solution for an assignment problem.

ஒதுக்கீட்டு கணக்கின் உத்தமத் தீர்வு காண்பதற்கான ஹங்கேரியன் செயல்முறையை எழுதுக.

20. There are five jobs, each of which is to be processed through two machines A,B in the order AB. Processing hours are as follows:

Job	:	1	2	3	4	5
Machine	:	5	1	9	3	10
		A				
Machine	:	2	6	7	8	4
		B				

Determine the optimum sequence for five jobs.

ஐந்து வேலைகள் A,B என்ற இரு இயந்திரங்களில் AB வரிசை மூலம் மெருகூட்டப்படுகிறது. மெருகூட்டத் தேவைப்படும் நேரங்கள் பின்வருமாறு.

வேலை	:	1	2	3	4	5
இயந்திரம் A	:	5	1	9	3	10
இயந்திரம் B	:	2	6	7	8	4

ஐந்து வேலைகளின் உத்தமத் தொடர் முறையைக் காண்க.

A-8709

Sub. Code

4BMAE1A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

Elective – GRAPH THEORY

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define a complete graph and give an example.

ஒரு முழு வரைபினை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

2. Show that the partition $P = \{7, 6, 5, 4, 3, 2\}$ is not graphic.

$P = \{7, 6, 5, 4, 3, 2\}$ என்ற பிரிவினை வரையத்தக்கதல்ல என நிறுவுக.

3. If G is not connected then prove that \overline{G} is connected.

G இணைந்ததல்ல எனில் \overline{G} இணைந்தது என நிறுவுக.

4. Define center of a tree.

ஒரு மரத்தின் மையத்தை வரையறு.

5. What is a planar graph?

சமதள வரைபு என்றால் என்ன?

6. State Euler's formula.

ஆய்லர் சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Define chromatic number of a graph.

ஒரு வரையின் வண்ண எண்ணை வரையறு.

8. What is a chromatic polynomial? Give an example.

வண்ணப் பல்லுறுப்பான் என்றால் என்ன? ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

9. What is a directed graph?

ஒரு திசையிட்ட வரைபு என்றால் என்ன?

10. Define: Tournaments.

வரையறு போட்டி.

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions.

11. (a) Prove that any self complementary graphs has $4n$ or $4n+1$ points.

எந்த ஒரு தன் நிரப்பி வரைபடங்களும் $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) If G is a (p, q) graph then prove that the line graph

$$L(G) \text{ has } q_L \text{ edges where } q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p di^2 \right) - q.$$

G என்பது ஒரு (p, q) வரைபு எனில் கோட்டு வரைவு $L(G)$ ஆனது q_L விளிம்புகளைப் பெற்றிருக்கும் இதில்

$$q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p di^2 \right) - q.$$

12. (a) Prove that a line x of a connected graph G is a bridge iff x is not on any cycle of G .

இணைந்த வரைபு G -ன் ஒரு விளிம்பு x ஆனது ஒரு பாலமாவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை G -ன் எந்த ஒரு சுற்றிலும் x இல்லாதிருத்தலாகும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரமும் ஒரு புள்ளி அல்லது இரு அருகமைப்புள்ளிகள் உடைய மையத்தைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

13. (a) Prove : K_5 is non-planar graph.

நிறுவுக K_5 ஒரு தள வரையல்ல.

Or

- (b) Prove: $K_{3,3}$ is non-planar.

நிறுவுக $K_{3,3}$ ஒரு தள வரையல்ல.

14. (a) Prove $\chi'(K_n) = \begin{cases} n & n \text{ is odd} \\ n-1 & n \text{ is even} \end{cases}$

நிறுவுக $\chi'(K_n) = \begin{cases} n & n \text{ ஒற்றை} \\ n-1 & n \text{ இரட்டை} \end{cases}$

Or

- (b) If G is a tree with n points then prove that $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$.

G என்பது n புள்ளிகள் கொண்ட ஒரு மரம் எனில் $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ என நிறுவுக.

15. (a) Explain strongly connected and weakly connected with an example.

வலிந்த இணைப்பு மற்றும் நலிந்த இணைப்பை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

Or

- (b) Write short notes on Tournaments.

போட்டிகளின் மீது சிறு குறிப்பு வரைக.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Define an incidence matrix. Give an example and write any three of its properties.
- (b) In a (p, q) graph, if α is an independence number and β is a covering number than prove that $\alpha + \beta = p$.

(அ) படுகை அணியை வரையறு. ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு மற்றும் அதன் பண்புகளில் ஏதேனும் மூன்றினைக் கூறுக.

(ஆ) ஒரு (p, q) வரையில், α என்பது ஒரு சார்பற்ற எண் மற்றும் β ஒரு உறை எண் எனில் $\alpha + \beta = p$ என நிறுவுக.

17. Let G be a (p, q) graph. Prove that the following statements are equivalent

- (a) G is a tree
- (b) Every two points of G are jointed by a unique path
- (c) G is a connected and $p = q + 1$
- (d) G is a cyclic and $p = q + 1$.

G என்பது ஒரு (p, q) வரைபு. கீழ்வரும் கூற்றுகள் சமானமானவை என நிறுவுக.

(அ) G ஒரு மரம்

(ஆ) G ன் ஒவ்வொரு இரு புள்ளிகளையும் ஒரே ஒரு பாதையால் மட்டுமே இணைக்க முடியும்

(இ) G இணைந்தது மற்றும் $p = q + 1$

(ஈ) G சுற்றற்றது மற்றும் $p = q + 1$

18. Prove Euler's formula on planar graphs.

சமதள வரைபுகளின் மீதான ஆய்லரின் சூத்திரத்தை நிறுவுக.

19. State and prove the five color theorem.

ஐந்து வண்ண தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

20. Prove that every tournament D contains a directed Hamiltonian path.

எந்த ஒரு போட்டி D யிலும் ஒரு திசையிட்ட ஹேமில்டன் பாதை இருக்கும் என நிறுவுக.

A-8710

Sub. Code

4BMA6C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

COMPLEX ANALYSIS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Find the modulus of $\frac{(1+3i)(1-2i)}{3+4i}$.

$\frac{(1+3i)(1-2i)}{3+4i}$ -ன் மட்டு மதிப்பைக் காண்க.

2. Write down the general equation of straight line in the complex plane.

சிக்கலெண் தளத்தில் நேர்கோட்டின் பொதுச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

3. Examine if $f(z)=|z|$ is differentiable.

$f(z)=|z|$ என்ற சார்பினை வகையிடத்தக்கதா என்பதை ஆராய்க.

4. Show that $u = e^x \cos y$ is harmonic function.

$u = e^x \cos y$ ஒரு இசை சார்பு எனக்காட்டுக.

5. Define a bilinear transformation.

இருமாறி நேரியல் உருமாற்றத்தை வரையறு.

6. Find the fixed point of $w = \frac{1}{z - 2i}$

$w = \frac{1}{z - 2i}$ -ன் நிலைப்புள்ளியை காண்க.

7. Evaluate $\int_C \frac{dz}{z-3}$, where C is the circle $|z-2|=5$.

C என்பது $|z-2|=5$ என்ற வட்டம் எனில் $\int_C \frac{dz}{z-3}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

8. State the Morera's theorem.

மொரீராவின் தேற்றத்தைக் கூறுக.

9. Define an essential singular point with an example.

எடுத்துக்காட்டுடன் தேவையான ஒருமைப் புள்ளியை வரையறு.

10. Determine the residue of $f(z) = \frac{z}{z^2+1}$ at its poles.

$f(z) = \frac{z}{z^2+1}$ என்ற சார்பின், இதனுடைய துருவத்தில் எச்சங்களைக் காண்க.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If z_1 and z_2 two complex numbers, then prove that
 $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$.

z_1 மற்றும் z_2 என்பன இரண்டு சிக்கல் எண்கள் எனில்
 $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Derive the general equation of a circle in the complex plane.

சிக்கலெண் தளத்தில் வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாட்டை வருவி.

12. (a) State and prove Cauchy – Riemann equations in the complex form.

சிக்கலெண் வடிவத்தில் கோஷி ரீமன் சமன்பாடுகளைக் கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) If $f(z) = u + iv$ is analytic and $f(z) \neq 0$ then prove that
 $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \log|f(z)| = 0$.

$f(z) = u + iv$ என்பது பகுமுறைச் சார்பு மற்றும் $f(z) \neq 0$
எனில் $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \log|f(z)| = 0$ என நிறுவுக.

13. (a) Find the image of the circle $|z - 3i| = 3$ under the map $w = \frac{1}{z}$.

$w = \frac{1}{z}$ என்ற சார்பை பொறுத்து $|z - 3i| = 3$ என்ற வட்டத்தின் நிழல் உருவைக் காண்க.

Or

- (b) Prove that any bilinear transformation preserves cross ratio.

எந்தவொரு இருமாறி நேரியல் உருமாற்றமும் குறுக்கு விகிதத்தை மாற்றாது என நிறுவுக.

14. (a) State and prove Cauchy's inequality. Also deduce that Liouville's theorem.

கோஷியின் சமனின்மை தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக. இதிலிருந்து லியோவில்லின் தேற்றத்தை வருவி.

Or

- (b) Expand $f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$ in a Laurent's series valid for $1 < |z| < 2$.

$1 < |z| < 2$ என்ற அரங்கத்தில் $f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$ -யை லாரான்ட் தொடராக விரிவு செய்க.

15. (a) State and prove Rouché's theorem.

ரூச்சியின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) Evaluate : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$.

மதிப்பு காண்க : $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that z_1 and z_2 are inverse points with respect to a circle $z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ if and only if $z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + \beta = 0$.

z_1 மற்றும் z_2 என்பவை $z\bar{z} + \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} + \beta = 0$ என்ற வட்டத்தைப் பொறுத்து தழைகீழ் புள்ளிகளாக இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $z_1\bar{z}_2 + \bar{\alpha}z_1 + \alpha\bar{z}_2 + \beta = 0$ என்பதே என்று நிறுவுக.

17. Find the analytic function $f(z) = u + iv$ if

$$u + v = \frac{\sin 2x}{\cos h 2y - \cos 2x}.$$

$$u + v = \frac{\sin 2x}{\cos h 2y - \cos 2x} \text{ எனில் } f(z) = u + iv \text{ என்ற பகுமுறை}$$

சார்பைக் காண்க.

18. Prove that any bilinear transformation which maps the real axis onto unit circle $|w| = 1$ can be written in the form

$$w = e^{i\lambda} \left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}} \right) \text{ where } \lambda \text{ is real.}$$

மெய்யச்சினை $|w| = 1$ என்ற ஓரலகு வட்டமாக மாற்றும் இரட்டை

ஒருபடி உருமாற்றத்தை $w = e^{i\lambda} \left(\frac{z - \alpha}{z - \bar{\alpha}} \right)$ என்ற வடிவத்தில்

எழுதலாம் என நிறுவுக (λ மெய்யெண்).

19. State and prove Taylor's theorem.

டெய்லர் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

20. (a) State and prove the argument theorem.

(b) Evaluate $\int_C \frac{z^2 dz}{(z-2)(z+3)}$ where C is the circle $|z|=4$.

(அ) கோண வீச்சின் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

(ஆ) C என்பது $|z|=4$ என்ற வட்டம் எனில் $\int_C \frac{z^2 dz}{(z-2)(z+3)}$ -ன்

மதிப்பைக் காண்க.

A-8711

Sub. Code

4BMA6C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. What is meant by a model in O.R.?
O.R-ல் மாதிரி என்றால் என்ன?
2. Write short note on Formulation of the problem.
கணக்கின் உருவாக்கத்தைப் பற்றி ஒரு குறிப்பு எழுதுக.
3. Write down the two categories of the deterministic inventory problem with shortages.
பற்றாக்குறை கொண்ட நிர்ணயிக்கப்பட்ட சரக்குக்கான பிரச்சனையின் இரண்டு பிரிவுகளை எழுதுக.
4. Write a short note on economic order quantity.
பொருளாதார ஒழுங்கு அளவுக்கான சிறு குறிப்பு எழுதுக.

5. What is meant by an expected number of customers in the system?

அமைப்பில் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கையின் எதிர்பார்ப்பு என்றால் என்ன?

6. Define a steady state.

நிலையான நிலை வரையறு.

7. Define an event.

நிகழ்வை வரையறு.

8. Define an independent float.

சாராத மிதவையை வரையறு.

9. Define a strategy.

ஒரு உத்தியை வரையறு.

10. Define a payoff matrix

விளைவாகும் அணியை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Write a note on models by structure.

மாதிரிகளின் அமைப்பை குறிப்புகளில் எழுதுக.

Or

(b) Discuss about replacement of equipment that fails suddenly.

திடீரென்று தோல்வியடையும் உபகரணங்களின் மாற்றுதலை விவரி.

12. (a) Classify various costs associated with inventory control.

சரக்குகளின் கட்டுப்பாடு சம்பந்தமான பல்வேறு செலவுகளைப் பற்றி வகைப்படுத்துக.

Or

- (b) Explain about EOQ problem with more than one price break.

ஒன்றுக்கு மேல் விலை முறிவுடன் EOQ கணக்கைப் பற்றி விளக்குக.

13. (a) Explain pure birth process.

துல்லிய பிறப்பு விகிதத்தின் செயல்முறையை விவரி.

Or

- (b) A T.V. repairman finds that the time spent on his jobs has an exponential distribution with mean 30 minutes. If he repairs sets in the order in which they came in, and if the arrival of sets is approximately Poisson with an average rate of 10 per 8-hour day. What is repairman's expected ideal time each day? How many jobs are ahead of the average set just brought in?

ஒரு T.V சரிசெய்பவர் அவருடைய வேலைசெய்யும் நேரத்தை 30 நிமிடங்கள் சராசரி கொண்ட அடுக்குக்குரி பரவல் என எடுத்துக்கொள்கின்றார். வரிசையில் அவர்கள் வருவதைப் பொறுத்து அவர் சரிசெய்கின்றார். மேலும் வருகின்ற பொருள்கள் சராசரியாக 10க்கு ஒரு நாளைக்கு 8 மணிநேரம் கொண்ட தோராயமாக பாய்ஸானாக இருக்கின்றது. ஒவ்வொரு நாளும் சரிசெய்பவரின் ஏற்றதான நேரத்தின் எதிர்பார்ப்பு என்ன? உள்ளே கொண்டு வரப்பட்ட பொருள்களின் சராசரியில் எத்தனை வேலைகள் முடிக்கப்பட்டது?

14. (a) Construct the network diagram comprising activities B, C, ..., Q and N such that the following constraints are satisfied

$$B < E, F; C < G, L; E, G < H; L, H < I; L < M; H < N; \\ H < J; I, J < P; P < Q$$

The notation $X < Y$ means that the activity X must be finished before Y can begin.

கீழே கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாடுகளை பூர்த்தி செய்கின்ற B, C, ..., Q மற்றும் N என்ற நிகழ்ச்சிகளை உள்ளடக்கிய வலைப்பின்னலின் படத்தை உருவாக்கு.

$$B < E, F; C < G, L; E, G < H; L, H < I; L < M; H < N; \\ H < J; I, J < P; P < Q$$

$X < Y$ என்ற குறியீட்டின் அர்த்தம் Y ஆரம்பிப்பதற்கு முன் X முடிந்து இருக்கும்.

Or

- (b) Discuss forward pass calculations for the critical path.

ஆய்வு கட்டப்பாறைக்கான முன்னோக்கி கடந்து செல்லும் கணக்கீடுகளை விவரி.

15. (a) Solve the game whose payoff matrix is given by

		Player B/வீரர் B		
		B_1	B_2	B_3
Player A/வீரர் A	A_1	1	3	1
	A_2	0	-4	-3
	A_3	1	5	-1

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விளைவாகும் அணிக்கான போட்டியைத் தீர்க்க.

Or

- (b) Obtain the optimal strategies for both-persons and the value of the game for zero-sum two-person game whose payoff matrix is as follows

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 5 \\ -1 & 6 \\ 4 & 1 \\ 2 & 2 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பூச்சியம்-கூட்டல் இரண்டு நபர் போட்டிக்கான விளைவாகும் அணியிலிருந்து இரண்டு நபர்களுக்கான உகந்த உத்தி மற்றும் போட்டியின் மதிப்பைக் காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** of the following questions.

16. A firm is considering replacement of a machine, whose cost price is Rs. 12,200 and the scrap value Rs. 200. The running costs in rupees are found from experience to be as follows

Year :	1	2	3	4	5	6	7	8
Running Cost :	200	500	800	1200	1800	2500	3200	4000

When should the machine be replaced?

ஒரு நிறுவனம் ரூ. 12,200 விலை கொண்ட மற்றும் ஸ்க்ராப் மதிப்பு ரூ. 200 கொண்ட இயந்திரத்தை மாற்ற நினைக்கின்றது. அனுபவத்திலிருந்து ரூபாயில் இயங்கும் செலவுகளை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வருடம் :	1	2	3	4	5	6	7	8
இயங்கும் செலவு :	200	500	800	1200	1800	2500	3200	4000

எப்பொழுது இயந்திரத்தை மாற்ற வேண்டும்?

17. A manufacturing company purchases 9000 parts of a machine for its annual requirements, ordering one month usage at a time. Each part costs Rs. 20. The ordering cost per order is Rs. 15 and the carrying charges are 15% of the average inventory per year. You have been assigned to suggest a more economical purchasing policy for the company. What advice would you offer and how much would it save the company per year?

ஒரு தயாரிக்கும் கம்பெனி ஒரு மாதத்தில் ஒரு மாதம் பயன்பாட்டை ஆர்டர் செய்யக் கூடிய, அதனுடைய ஒரு வருட தேவைக்கூரிய இயந்திரத்தின் 9000 பாகங்கள் வாங்கப்படுகின்றது. ஒவ்வொரு பொருளின் விலை ரூ. 20 ஆகும். ஒவ்வொரு ஆர்டரின் ஆர்டர் பண்ணுவதற்கான செலவு ரூ. 15 மேலும் எடுத்து செல்லும் செலவுகள் ஒரு வருடத்திற்கான சராசரி சரக்கின் செலவைப் போல் 15% ஆகும். வாங்கும் முறைக்கான நிறைய பொருளாதார வழி உனக்கு கொடுக்கப்படுகின்றது என்ன மாதிரி யோசனை கூறுவாய் மேலும் அதில் ஒவ்வொரு வருடமும் சேமிப்பாய் என காண்க.

18. On an average 96 patients per 24-hour day require the service of an emergency clinic. Also on an average, a patient requires 10 minutes of active attention. Assume that the facility can handle only one emergency at a time. Suppose that it costs the clinic Rs. 100 per patient treated to obtain an average servicing time of 10 minutes, and that each minute of decrease in this average time would cost Rs. 10 per patient treated. How much would have to be budgeted by the clinic to decrease the average size of the queue from $1\frac{1}{3}$ patients to $\frac{1}{2}$ a patient?

அவசர மருத்துவமனைக்கு 24-மணிநேர நாட்களுக்கு சராசரியாக 96 நோயாளிகள் என்ற முறையில் சேவை செய்ய தேவைப்படுகின்றது. மேலும் சராசரியாக ஒரு நோயாளியை கவனிக்க 10 நிமிடங்கள் தேவைப்படுகின்றது. ஒரு நேரத்தில் ஒரு அவசரத்தை கையாள வசதி உள்ளது என வைத்துக் கொள்வோம். சராசரியாக 10 நிமிடங்கள் சேவை நேரத்திற்கு ஒரு நோயாளியை கவனிப்பதற்கான மருத்துவமனை செலவு ரூ. 100 மற்றபடி சேவை செய்வதில் ஒவ்வொரு நிமிட குறைவுக்கும் ரூ. 10 செலவு நோயாளியை சிகிச்சை செய்ய அதிகரிக்கும். சராசரியாக

வரிசையின் அளவை $1\frac{1}{3}$ நோயாளிகளிலிருந்து $\frac{1}{2}$ நோயாளியாக குறைப்பதற்கு எவ்வளவு மருத்துவமனை ஒதுக்க வேண்டும் என காண்க?

19. Draw the network for the following project and compute the earliest and latest times for each event and also find critical path.

Activity	Immediate Predecessor	Time (days)
நடவடிக்கை	உடனடி முன்னோடி	நேரம் (நாட்களில்)
1-2	–	5
1-3	–	4
2-4	1-2	6
3-4	1-3	2
4-5	2-4	1
4-6	2-4 & 3-4	7
5-7	4-5	8
6-7	4-6	4
7-8	6-7 & 5-7	3

மேலே உள்ள திட்டத்திற்கு வலைப்பின்னலை வரைக மேலும் ஒவ்வொரு நிகழ்வுக்கும் முந்திய மற்றும் பிந்திய நேரங்களைக் காண்க மேலும் ஆய்வு கட்டப்பாதையைக் காண்க.

20. Solve the following 3×3 game by linear programming technique.

$$\text{Player A/வீரர் A} \begin{matrix} & \text{Player B/வீரர் B} \\ \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

மேலே உள்ள 3×3 விளையாட்டை ஒருபடி திட்டமிடல் மூலம் தீர்க்க.

A-8712

Sub. Code

4BMA6C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

DYNAMICS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define a time of flight.

பறக்கும் நேரத்தை வரையறு.

2. If the greatest height attained by the particle is quarter of its range on the horizontal plane through the point of projection, Find the angle of projection.

எறியும் புள்ளியில் இருந்து ஒரு பொருள் மீப்பெரு உயரத்தை அடைந்த தூரம் அதனுடைய கிடை மட்ட வீச்சலையின் கால் பகுதிக்கு சமம் எனில் எறிகோணத்தைக் காண்க.

3. State Newton's experimental law.

நியூட்டனின் செய்முறை விதியை எழுது.

4. Show that the inelastic sphere slides along the plane with velocity $u \sin \alpha$.

மீள் சக்தியற்ற கோளம் $u \sin \alpha$ திசைவேகத்துடன் தளத்தின் மேல் நழுவிச் செல்லும் என நிறுவி.

5. Define period and frequency of a SHM.
காலம் மற்றும் நிகழ்வெண் ஒரு SHM –க்கு வரையறு
6. Explain about force necessary to produce SHM.
SHM உருவாக்குவதற்கு விசை தேவை என்பதை விளக்குக.
7. Find the pedal equation of parabola –pole at focus.
பரவளையம்– குவியத்தில் துருவம் இவைகளுக்கான பாதத்திற்குரிய சமன்பாட்டைக் காண்க.
8. Write down the polar equation to the equiangular spiral.
சமகோண சுருளுக்கான போலார் சமன்பாட்டை எழுது.
9. Define the centre of suspension.
தொங்கல் மையத்தை வரையறு.
10. Define a compound pendulum.
கூட்டுசலை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the greatest height attained by a particle and also find the range on the horizontal plane through the point of projection.

ஒரு பொருள் மீப்பெரு உயரத்தை அடைந்த தூரத்தைக் காண்க. மேலும் எறிதல் புள்ளியிலிருந்து கிடை மட்ட தளத்தில் அதனுடைய வீச்சைக் காண்க.

Or

- (b) Find the range on an inclined plane.

சாய்தளத்தில் வீச்சைக் காண்க.

12. (a) Discuss the direct impact of two smooth spheres.

இரண்டு சொர சொரப்பற்ற கோளங்கள் நேரடியாக மோதிக்கொள்வதை ஆய்க.

Or

- (b) A smooth sphere of mass m impinges obliquely on a smooth sphere of mass M which is at rest. Show that if $m = em$, the direction of motion after impact are at right angles.

M நிறை கொண்ட ஒரு சொர சொரப்பற்ற கோளம் ஓய்வில் உள்ள m நிறை கொண்ட ஒரு சொர சொரப்பற்ற கோளத்தை சாய்வாக மோதுகின்றது. $m = em$ எனில் மோதிய பிறகு விழும் திசை செங்கோணத்தில் இருக்கும் என நிரூபி

13. (a) Derive the fundamental differential equation for SHM. Also find the velocity and the displacement.

SHM-க்கான அடிப்படை வகைக் கெழு சமன்பாட்டை காண்க. திசைவேகம் மற்றும் இடமாற்றம் இதனை கண்டுபிடி.

Or

- (b) A particle is moving with SHM and while making an oscillation from one extreme position to the other, its distance from the centre of oscillation at 3 consecutive seconds are x_1, x_2, x_3 . Prove that the

period of oscillation is $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$.

ஒரு பொருள் SHM உடன் நகர்கின்றது மற்றபடி ஒரு அதிக நிலையில் இருந்து மற்றொன்றிக்கு அலைதல் ஏற்படும் பொழுது அலைவு மையத்திலிருந்து அதனுடைய தூரம் 3 அடுத்தடுத்த நொடிகளில் x_1, x_2, x_3 ஆகும் எனில் அலைவுக்

காலம் $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$ என நிரூபி.

14. (a) Derive the differential equation of central orbits.

மைய வொழுக்குக்கான வகைக் கெழு சமன்பாட்டை காண்க.

Or

- (b) Prove that in every central orbit the areal velocity is constant and the linear velocity varies inversely as the perpendicular from the centre upon the tangent to the path.

எல்லா மையவொழுக்கிலும் பரப்பு வேகம் மாறிலி என நிரூபி. மேலும் நேர்கோட்டு வேக பாதையின் தொடு கோடுகளில் மையத்திலிருந்து செங்குத்துக்கு தலைகீழாக மாறும் என நிரூபி.

15. (a) Show that the centres of oscillation and suspension are convertible.

அலைவு மையங்களும் மற்றும் தொங்குகளும் மாற்றத்தக்கது என நிரூபி.

Or

- (b) A solid sphere of mass m rolls down a rough plane inclined to the horizon at an angle α . Find its acceleration.

m நிறை கொண்ட திண்மக் கோளம் α கோணத்தை கிடைமட்டத்துடன் ஏற்படுத்தும் மேலும் உராய்வான சாய்தளத்தில் கீழே உருண்டு வருகின்றது எனில் அதனுடைய முடுக்கத்தைக் காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. A particle is projected at an angle α with a velocity u and it strikes up an inclined plane of inclination β at right angles to the plane. Prove that

(a) $\cot \beta = 2 \tan(\alpha - \beta)$;

(b) $\cot \beta = \tan \alpha - 2 \tan \beta$

திசைவேகம் u உடன் ஒரு பொருள் α கோணத்தில் வீசப்படுகின்றது மற்றபடி அது β கோணம் கொண்ட சாய்தளத்தை செங்குத்தாக தளத்தில் விழுகின்றது எனில்

(அ) $\cot \beta = 2 \tan(\alpha - \beta)$;

(ஆ) $\cot \beta = \tan \alpha - 2 \tan \beta$ என நிரூபி.

17. A ball overtakes another ball of m times its mass, which is moving with $\frac{1}{n}$ th of its velocity in the same direction. if the impact reduces the first ball to rest. Prove that the coefficient of elasticity is $\frac{m+n}{m(n-1)}$

ஒரு பந்து அதனுடைய நிறையிலிருந்து m முறை எடைகொண்ட மற்றொரு பந்தை முந்துகின்றது அது அதனுடைய திசைவேகத்தை விட $\frac{1}{n}$ தடவை திசை வேகத்துடன் ஒரே திசையில் செல்கின்றது மோதல் பந்தை ஓய்வுக்கு எடுத்து சென்றால், நெகிழ்ச்சியின் கெழுவை $\frac{m+n}{m(n-1)}$ என நிரூபி.

18. Discuss the composition of two SHMs of the same period in two perpendicular directions.

ஒரே காலம் மற்றும் இரண்டு செங்குத்து திசைகளில் உள்ள இரண்டு சாமானிய சீரிசையிக்கங்களின் சேர்க்கைகளுக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க.

19. Find the velocity and acceleration in polar co-ordinates.

போலார் ஒருங்கிணைப்பில் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்தைக் காண்க.

20. Derive the fundamental equation of motion of the body rotating about a fixed axis.

நிலையான அச்சைப் பொருந்து சுழலும் ஒரு பொருளின் விழுதலின் அடிப்படை சமன்பாட்டை காண்க.

A-8713

Sub. Code

4BMAE2A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

Elective – DISCRETE MATHEMATICS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Give any two examples for atomic statements.
அணு அறிக்கைகளுக்கு இரண்டு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
2. Construct the truth table for $(P \vee Q) \vee \neg P$.
 $(P \vee Q) \vee \neg P$ -க்கு உண்மை அட்டவணையை உருவாக்கு.
3. If a relation R on $A = \{1, 2, 3, 4\}$ by aRb iff $a < b$ then find R .
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ -ன் மேல் aRb ஆக இருக்க தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை $a < b$ எனில் உறவு R யை காண்க.
4. Draw the Hasse diagram of (X, \leq) , where $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.
 (X, \leq) -க்கு ஹாஸ் படத்தை வரைக, இங்கு $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
5. Define the Hamming distance $\delta(x, y)$ between x and y with an example.
 x மற்றும் y இடையே உள்ள ஹேமிங் தூரம் $\delta(x, y)$ -யை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
6. Define a group code with an example.
குழு குறியீடுவை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

7. Define a finite automaton.
ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டானை வரையறு.
8. Define a nondeterministic finite automaton.
ஒரு நிர்ணயிக்கப்படாத வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டானை வரையறு.
9. Define Type 1 grammar.
வகை 1 இலக்கணத்தை வரையறு.
10. Give an example for a type 0 grammar.
வகை 0 இலக்கணத்திற்கு எடுத்துக்காட்டு தருக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Draw the parsing tree for the formula.
 $((\neg P) \rightarrow (P \wedge Q)) \wedge (\neg(P \rightarrow Q))$
 $((\neg P) \rightarrow (P \wedge Q)) \wedge (\neg(P \rightarrow Q))$ என்ற சூத்திரத்திற்கு
 பார்சிங் மரத்தை வரைக.

Or

- (b) Show that

$$((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R))) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \\ \vee (\neg P \wedge \neg R)$$

is a tautology.

$$((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R))) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \\ \vee (\neg P \wedge \neg R)$$

-யை கூறியது கூறல் என நிரூபி.

12. (a) Prove that the relation “Congruence modulo m ” over the set of positive integers is an equivalence relation.
கணத்தில் உள்ள மிகை முழு எண்களில், “ஒருங்கிசைவு மட்டு m ”-யைக் கொண்ட உறவை சமமான உறவு என நிரூபி.

Or

- (b) Prove that, in any lattice (L, \leq) the operations \vee and \wedge are isotone.
 (L, \leq) என்ற எந்த பின்னலிலும் நடவடிக்கைகள் \vee மற்றும் \wedge என்பன ஐஸ்சோடோன் என நிரூபி.

13. (a) Show that $(m, m+1)$ parity check code $e: B^m \rightarrow B^{m+1}$ is a group code.
 $e: B^m \rightarrow B^{m+1}$ என்ற $(m, m+1)$ பரிதி சோதனை குறியீடு குல குறியீடு என நிரூபி.

Or

- (b) Let $x = y_1y_2 \dots y_m \ c_1c_2 \dots c_r \in B^{m+r}$ then prove that $x * H = 0$ iff $x = e_H(b)$ for some $b \in B^m$.

$x = y_1y_2 \dots y_m \ c_1c_2 \dots c_r \in B^{m+r}$ எனில் $x * H = 0$ என்பது தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமாக இருக்க நிபந்தனை $x = e_H(b)$, இங்கு $b \in B^m$ என நிரூபி.

14. (a) Construct a finite automaton M accepting $\{ab, ba\}$.
 $\{ab, ba\}$ -வை ஒத்துக்கொண்டு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டின் M -யை உருவாக்கு.

Or

- (b) Construct a finite automaton accepting all strings over $\{0, 1\}$ having odd number of 0's.

ஒற்றைபடை எண் 0' யை $\{0, 1\}$ என்ற எல்லா சரத்தையும் ஒத்துக்கொண்ட ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டானை உருவாக்கு.

15. (a) Define a phrase – structure grammar with an example.
பார்சல் அமைப்பு இலக்கணத்தை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.

Or

- (b) Construct a regular grammar to generate $\{a^l, b^m, c^n : l, m, n \geq 1\}$.

$\{a^l, b^m, c^n : l, m, n \geq 1\}$ -யை இயக்குவதற்கு ஒழுங்கான இலக்கணத்தை உருவாக்கு.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** of the following questions.

16. (a) Obtain the principal conjunctive normal form of the formula $(\neg P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$
- (b) Obtain the principal disjunctive normal form of $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge \neg(\neg Q \vee \neg P))$
- (அ) $(\neg P \rightarrow R) \wedge (Q \leftrightarrow P)$ என்ற சூத்திரத்திற்கு கொள்கை ஒற்றுமை சாதாரண வடிவத்தைக் காண்க.
- (ஆ) $P \rightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge \neg(\neg Q \vee \neg P))$ -க்கு கொள்கை மாறுபட்ட சாதாரண வடிவத்தைக் காண்க.
17. (a) State and prove the 'cancellation rule' for distributive lattices.
- (b) Show that a lattice L is distributive if and only if for all a, b, c in L $(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$.
- (அ) பங்கீட்டு பின்னலுக்கு அடித்தல் விதியை எழுதி நிரூபி.
- (ஆ) ஒரு பின்னல் L பங்கீடாக இருக்க தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை L -ல் எல்லா a, b, c -க்கும் $(a \vee b) \wedge c \leq a \vee (b \wedge c)$ என நிரூபி.
18. Prove that an (m, n) encoding function $e: B^m \rightarrow B^n$ can detect K or fewer errors iff its minimum distance is atleast $K + 1$.
- (m, n) என்ற குறியீட்டு சார்பு $e: B^m \rightarrow B^n$, K அல்லது அதற்கு குறைவாக பிழைகளை கண்டறிய தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை அதற்கு இடைப்பட்ட தூரம் குறைந்தது $K + 1$ இருக்க வேண்டும் என நிரூபி.
19. Let L be the set accepted by an NFA M . Then prove that there exists an FAM' which accepts L .
- L என்பது ஒரு கணம் என்று NFA M -ஆல் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது. L ஏற்றுக்கொள்ளும்படி FAM'-யை காணமுடியும் என நிரூபி.
20. Construct a grammar G for the language $L(G) = \{a^n b a^m : n, m \geq 1\}$.
- $L(G) = \{a^n b a^m : n, m \geq 1\}$ என்ற மொழிக்கு இலக்கணம் G -யை உருவாக்குக.

A-8714

Sub. Code

4BMAE2B

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

Elective – FUZZY ALGEBRA

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. When is a fuzzy set normal and when is it subnormal?
தெளிவறு கணம் எப்போது இயலாகும் மற்றும் அது எப்போது உள் இயலாகும்?
2. Define strong α -Cut A .
வலுவான α -வெட்டு A - ஐ வரையறு.
3. Define the equilibrium of a fuzzy complement.
தெளிவறு நிரப்பியின் சமநிலையை வரையறு.
4. What is an Archimedean t-norm?
ஆர்க்மீடியன் t-நெறிமம் என்றால் என்ன?
5. Define a fuzzy number.
தெளிவறு எண்ணை வரையறு.

6. What is dual triple?
இரும மும்மடி என்றால் என்ன?
7. Define a fuzzy interval.
தெளிவறு இடைவெளியை வரையறு.
8. Define fuzzy equivalence relation.
தெளிவறு சமான தொடர்பை வரையறு.
9. Define the dominating class.
ஆதிக்க வகுப்பை வரையறு.
10. Define a fuzzy weak ordering.
தெளிவறு வலுவற்ற வரிசையை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions.

11. (a) Prove
- (i) $\alpha^+(A \cap B) = \alpha^+ A \cap \alpha^+ B$
- (ii) $\alpha^+(A \cup B) = \alpha^+ A \cup \alpha^+ B$
- நிறுவுக
- (i) $\alpha^+(A \cap B) = \alpha^+ A \cap \alpha^+ B$
- (ii) $\alpha^+(A \cup B) = \alpha^+ A \cup \alpha^+ B$

Or

- (b) Prove
- $\alpha[f(A)] \supseteq f[\alpha A]$
- நிறுவுக
- $\alpha[f(A)] \supseteq f[\alpha A]$

12. (a) If C is a continuous fuzzy complement, then prove that C has unique equilibrium.

C என்பது தொடர்ச்சி தெளிவறு நிரப்பி எனில் அதன் சமநில ஒருமை உடையது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove :

$$i(a, b) \leq \text{Min}(a, b) \forall a, b \in [0, 1].$$

நிறுவுக :

$$i(a, b) \leq \text{Min}(a, b) \forall a, b \in [0, 1].$$

13. (a) Explain and Compare real interval with fuzzy interval.

மெய் இடைவெளி மற்றும் தெளிவறு இடைவெளியை ஒப்பிட்டு விளக்குக.

Or

- (b) Prove that $(\text{Min}, \text{Max}, C)$ and $(i_{\text{min}}, u_{\text{max}}, C)$ are dual with respect to fuzzy complement C .

தெளிவறு நிரப்பி C ஐ பொறுத்து $(\text{Min}, \text{Max}, C)$ மற்றும் $(i_{\text{min}}, u_{\text{max}}, C)$ இருமை உடையது என நிறுவுக.

14. (a) Explain Binary fuzzy relation.

ஈரடி தெளிவறு தொடர்பை விளக்குக.

Or

- (b) If A, B are fuzzy intervals, prove $A + B = B + A$, $A.B=B.A$.

A, B என்பன தெளிவறு இடைவெளிகள் எனில் $A + B = B + A$, $A.B=B.A$. என நிறுவுக.

15. (a) Explain fuzzy isomorphism.

தெளிவறு இயலொப்புமையை விளக்குக.

Or

- (b) Explain fuzzy partial ordering.

தெளிவறு பகுதி வரிசையை விளக்குக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove the necessary and sufficient condition for a fuzzy set to be convex.

தெளிவறு கணம் குவிவாக இருக்க போதுமான மற்றும் தேவையான நிபந்தனையை கூறி நிறுவுக.

17. State and prove the second characterization theorem of fuzzy complement.

தெளிவறு நிரப்பிகளுக்கான இரண்டாவது சிறப்பியல்பு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

18. State and prove the necessary and sufficient condition for $A \in F(R)$ to be a fuzzy number.

$A \in F(R)$ தெளிவறு எண்ணாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனையை கூறி நிறுவுக.

19. If A and B are continuous fuzzy numbers, then prove that $(A * B)(Z) = \sup_{z=x*y} \min [A(x), B(y)]$ is also a continuous fuzzy number.

A, B என்பன தொடர்ச்சி தெளிவறு எண்கள் எனில் $(A * B)(Z) = \sup_{z=x*y} \min [A(x), B(y)]$ ஒரு தொடர்ச்சி தெளிவறு எண் என நிறுவுக.

20. Explain fuzzy ordering relations.

தெளிவறு வரிசை தொடர்புகளை விளக்குக.

A-8715

Sub. Code

4BMAE3A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Sixth Semester

Mathematics

Elective — NUMERICAL ANALYSIS

(CBCS – 2014 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Prove that $\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta}$.

$\Delta + \nabla = \frac{\Delta}{\nabla} - \frac{\nabla}{\Delta}$ என நிறுவுக.

2. Express $2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$ as a factorial polynomial.

$2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$ என்ற சமன்பாட்டை காரணிப் பெருக்கியின் கோவையாக எழுதுக.

3. If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, find the first divided differences $[a, b]$.

$f(x) = \frac{1}{x^2}$ எனில், $[a, b]$ -க்கு முதல் வகுத்த வேறுபாட்டின் மதிப்பு

காண்க.

4. Write the relation between divided differences and forward differences.

வகுத்த வேறுபாடு மற்றும் முற்போக்கு வேறுபாடு ஆகியவற்றுக்கான தொடர்பை எழுதுக.

5. What is the error in Simpson's rule?

சிம்ஸன் சூத்திரத்தின் பிழையை எழுதுக.

6. State Trapezoidal rule.

டிரப்பிசாய்டல் விதியை எழுதுக.

7. Solve $y_{n+1} = \sqrt{y_n}$.

தீர்க்க $y_{n+1} = \sqrt{y_n}$.

8. Solve $u_{x+2} + 2u_{x+1} + u_x = 0$.

தீர்க்க $u_{x+2} + 2u_{x+1} + u_x = 0$.

9. State Taylor's theorem.

டெய்லர்ஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

10. Write the formula for second order R-K method.

R-K வகையில் உள்ள இரண்டாம் வரிசை சூத்திரத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that :

(i)
$$\frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{\frac{1+\delta^2}{4}} = \Delta$$

(ii) If $u_0 = 1, u_1 = 5, u_2 = 8, u_3 = 3, u_4 = 7, u_5 = 0$
find $\Delta^5 u_0$.

நிறுவுக :

(i)
$$\frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{\frac{1+\delta^2}{4}} = \Delta$$

(ii) $u_0 = 1, u_1 = 5, u_2 = 8, u_3 = 3, u_4 = 7, u_5 = 0$
எனில் $\Delta^5 u_0$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Or

(b) Find the missing term in the following table :

$$x: \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$u(x): \quad 1 \quad 3 \quad 9 \quad - \quad 81$$

பின்வரும் அட்டவணையில் விடுபட்ட உறுப்பைக் காண்க.

$$x: \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$u(x): \quad 1 \quad 3 \quad 9 \quad - \quad 81$$

12. (a) Find the Newton's forward interpolation polynomial from the following table :

$$\begin{array}{l} x : \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \\ f(x) : \quad 1 \quad 3 \quad 8 \quad 16 \end{array}$$

நியூட்டனின் நேர்முக இடைக்கணிப்பு பல்லுறுப்புக் கோவையை பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து காண்க.

$$\begin{array}{l} x : \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \\ f(x) : \quad 1 \quad 3 \quad 8 \quad 16 \end{array}$$

Or

- (b) From the following table, find $f(0)$ using Langrange's formula :

$$\begin{array}{l} x : \quad -1 \quad -2 \quad 2 \quad 4 \\ f(x) : \quad -1 \quad -9 \quad 11 \quad 69 \end{array}$$

லாக்ராஞ்சியின் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அட்டவணைலிருந்து $f(0)$ காண்க.

$$\begin{array}{l} x : \quad -1 \quad -2 \quad 2 \quad 4 \\ f(x) : \quad -1 \quad -9 \quad 11 \quad 69 \end{array}$$

13. (a) Evaluate $\int_0^{10} \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

$\int_0^{10} \frac{dx}{1+x^2}$ என்ற தொகையை சிம்ஸனின் $\frac{1}{3}$ விதியைப் பயன்படுத்தி காண்க.

Or

- (b) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using Simpson's $\frac{3}{8}$ rule, $\left(h = \frac{1}{6}\right)$.

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ என்ற தொகையை சிம்ஸனின் $\frac{3}{8}$ விதியைப் பயன்படுத்தி காண்க $\left(h = \frac{1}{6}\right)$.

14. (a) Solve : $(4E^2 - 4E + 1)y_n = 2^n + 2^{-n}$.
 தீர்க்க : $(4E^2 - 4E + 1)y_n = 2^n + 2^{-n}$.

Or

- (b) Solve : $y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = 5^n + 2^n$.
 தீர்க்க : $y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = 5^n + 2^n$.

15. (a) Find $y(0.1)$ and $y(0.2)$ given $\frac{dy}{dx} = y + xy^2$,
 $y(0) = 1$ by Taylor's series method.

$\frac{dy}{dx} = y + xy^2$; $y(0) = 1$ எனில், டெய்லர் முறையை
 பயன்படுத்தி $y(0.1)$ மற்றும் $y(0.2)$ மதிப்பு காண்க.

Or

- (b) Discuss the Euler's method for solving differential equations.

வகைக்கெழு சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதற்கான ஆய்லரின் முறையை விவரி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove the following:

- (a) $\delta^2 y_7 = y_8 - 2y_7 + y_6$;
 (b) $\delta^2 y_4 = y_5 - 2y_4 + y_3$;
 (c) $\Delta^n = \delta^n E^{n/2}$
 (d) $\mu = \frac{2\Delta}{2\sqrt{1+\Delta}}$.

பின்வருவனவற்றை நிறுவுக:

(அ) $\delta^2 y_7 = y_8 - 2y_7 + y_6$;

(ஆ) $\delta^2 y_4 = y_5 - 2y_4 + y_3$;

(இ) $\Delta^n = \delta^n E^{n/2}$

(ஈ) $\mu = \frac{2\Delta}{2\sqrt{1+\Delta}}$.

17. Use stirling formula to find $\tan 16^\circ$ given that

θ°	0	5	10	15	20	25	30
$\tan \theta$	0	0.0875	0.1763	0.2679	0.3640	0.4663	0.5774

பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, $\tan 16^\circ$ மதிப்பை
ஸ்டிரிளிங்ஸின் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

θ°	0	5	10	15	20	25	30
$\tan \theta$	0	0.0875	0.1763	0.2679	0.3640	0.4663	0.5774

18. Find the maximum value of y from the following table.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	0	0.025	0	2.25	16	56.25

பின்வரும் அட்டவணை மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி y -ன்
மீப்பெரு மதிப்பைக் காண்க.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	0	0.025	0	2.25	16	56.25

19. (a) Sum the series to n terms of
 $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots$

(b) Form the Fibonacci difference equation and solve it.

(அ) $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots$ என்ற தொடரில்
 n - உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

(ஆ) பிபொனாக்கி வேறுபாட்டு சமன்பாட்டை அமைத்து மற்றும் அதனை தீர்க்க.

20. Use Runge-Kutta method of the fourth order to find

$y(0.1)$, given that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$, $y(0) = 1$.

நான்காவது வரிசை R-K வகையினை பயன்படுத்தி, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$;

$y(0) = 1$ எனில், $y(0.1)$ -ன் மதிப்பு காண்க.