

F-2467

Sub. Code
7BMA1C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

First Semester

Mathematics

CALCULUS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

- Find the n^{th} derivative of $y = \log(ax + b)$.
 $y = \log(ax + b)$ -ன் n ஆவது வகைக்கெழு காண்க.
- Write down the Cartesian formula for radius of curvature.
வளைவு ஆரம் காணும் கார்டீசியன் சூத்திரத்தை எழுதுக.
- Write down the $p - r$ equation.
 $p - r$ சமன்பாட்டை எழுதுக.
- Define an asymptote to a curve.
ஒரு வளைவரையின் முடிவிலாத் தொடுகோட்டை வரையறு.

5. If $f(x)$ is an odd function of x , then prove that

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

$f(x)$ என்பது x -ன் ஒற்றைப்படை சார்பு எனில் $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

என நிறுவுக.

6. Evaluate : $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$.

மதிப்புக் காண்க : $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$.

7. Define a double integral.

ஒரு இரட்டைத் தொகையிடலை வரையறு.

8. Define Jacobian of two variables.

இரண்டு மாறிகளின் ஜக்கோபியனை வரையறு.

9. Define Gamma function.

காமா சார்பை வரையறு.

10. Prove that $\Gamma(n+1) = n!$.

$\Gamma(n+1) = n!$ என நிறுவுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the n^{th} differential co-efficient of $x^2 e^{3x}$.

$x^2 e^{3x}$ -ன் n -ஆவது வகைக்கெழு காண்க.

Or

- (b) Find the envelope of the family of curves
 $(x - a)^2 + (y - a)^2 = 4a$, where a is the parameter.

$(x - a)^2 + (y - a)^2 = 4a$ என்ற வளைவரைக் குடும்பத்திற்கு
 தழுவிடையக் காண்க, இதில் a - என்பது அளவுரு.

12. (a) Find the radius of curvature of the cardioid
 $r = a(1 - \cos \theta)$.

$r = a(1 - \cos \theta)$ என்ற நெஞ்சு வளைவரையின் வளைவு
 ஆரம் காண்க.

Or

- (b) Find the rectilinear asymptotes of
 $y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + x = 0$.

$y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + x = 0$ -ன் நேர்கோடு வய
 முடிவிலாத் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

13. (a) Prove that : $\int_0^{\pi} \theta \sin^3 \theta d\theta = \frac{2\pi}{3}$.

நிறுவக : $\int_0^{\pi} \theta \sin^3 \theta d\theta = \frac{2\pi}{3}$.

Or

- (b) Evaluate : $\int e^{4x} \cos 3x dx$.

மதிப்புக் காண்க $\int e^{4x} \cos 3x dx$.

14. (a) Evaluate : $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$.

மதிப்புக் காண்க : $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$.

Or

(b) By changing into polar co-ordinates evaluate the

integral $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) dx dy$.

$\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} (x^2 + y^2) dx dy$ - என்ற தொகையீட்டை முனைய

(போலார்) ஆயத்திற்கு மாற்றி மதிப்புக் காண்க.

15. (a) Prove that : $\int_0^1 \left(\frac{1}{2}\right)^x = \sqrt{\pi}$.

நிறுவுக : $\int_0^1 \left(\frac{1}{2}\right)^x = \sqrt{\pi}$.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} \theta d\theta$.

மதிப்புக் காண்க : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} \theta d\theta$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the n^{th} differential coefficient of $\cos^5 \theta \sin^7 \theta$.

$\cos^5 \theta \sin^7 \theta$ -ன் n -ஆவது வகைக்கெழு காண்க.

17. Determine the asymptotes of the curve $4(x^4 + y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2 - 2) = 0$ and show that they pass through the points of intersection of the curve with the ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$..

$4(x^4 + y^4) - 17x^2y^2 - 4x(4y^2 - x^2) + 2(x^2 - 2) = 0$ என்ற வளைவரையின் முடிவிலாத் தொடுகோடுகளைக் காண்க மற்றும் அவை $x^2 + 4y^2 = 4$ எனும் நீள்வட்டத்துடனான வெட்டுப் புள்ளிகளின் வழியாக செல்லும் என நிறுவுக.

18. Obtain the reduction formula for $I_{m,n} = \int x^m (\log x)^n dx$ and hence evaluate $\int x^4 (\log x)^3 dx$.

$I_{m,n} = \int x^m (\log x)^n dx$ -ன் குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டைப் பெறுக மற்றும் $\int x^4 (\log x)^3 dx$ -ஐ மதிப்பிடுக.

19. Evaluate $\iint_R (x - y)^4 e^{x+y} dx dy$, where R is the square with vertices $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ and $(0, 1)$.

$\iint_R (x - y)^4 e^{x+y} dx dy$ -ஐ மதிப்பிடுக, இதில் R என்பது $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ மற்றும் $(0, 1)$ எனும் முனைகளை உடைய சதுரமாகும்.

20. Prove that : $\beta(m, n) = \frac{\overline{(m)} \overline{(n)}}{\overline{(m+n)}}$.

நிறுவுக : $\beta(m, n) = \frac{\overline{(m)} \overline{(n)}}{\overline{(m+n)}}$.

F-2468

Sub. Code
7BMA1C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

First Semester

Mathematics

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Expand $(1 - x)^{-2}$.

விரித்து எழுதுக $(1 - x)^{-2}$.

2. Find: $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

காண்க: $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

3. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then find the value of $\sum \alpha^2 \beta$.

α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2 \beta$ -ன் மதிப்புக் காண்க.

4. Define reciprocal equation.

தலைகீழ் சமன்பாட்டை வரையறு.

5. State Rolle's theorem.

ரோல்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

6. State Sturm's theorem.

ஸ்டரம்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

7. Find all the values of $i^{1/4}$.

$i^{1/4}$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.

8. Expand $\sin n\theta$.

$\sin n\theta$ -வை விரித்து எழுதுக.

9. Prove that: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

நிறுவுக: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

10. Find: $\log(1 - i)$.

காண்க: $\log(1 - i)$.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Sum to ∞ the series $1 + \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} + \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots$

$1 + \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} + \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots$ என்ற தொடருக்கு ∞ வரை கூடுதல் காண்க.

Or

- (b) Prove that $\log \frac{\sqrt{n+1}}{n} = \left(\frac{1}{2n+1}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2n+1}\right)^3$

$$+ \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2n+1}\right)^5 + \dots$$

நிறுவக: $\log \frac{\sqrt{n+1}}{n} = \left(\frac{1}{2n+1}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2n+1}\right)^3$

$$+ \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2n+1}\right)^5 + \dots$$

12. (a) Solve the equation $81x^3 - 18x^2 - 36x + 8 = 0$ whose roots are in harmonic progression.

$81x^3 - 18x^2 - 36x + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இசை விருத்தியில் இருப்பின் அச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

Or

- (b) Diminish the roots of $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ by 2.

$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ -ன் மூலங்களை 2-ஆல் குறைக்க.

13. (a) Find the number of imaginary roots of the equation $x^5 + 5x - 7 = 0$.

$x^5 + 5x - 7 = 0$ என்ற சமன்பாடு எத்தனை கற்பனை மூலங்களை உடையது என காண்க.

Or

- (b) Find the nature of the roots of the equation $4x^3 - 21x^2 + 18x + 20 = 0$.

$4x^3 - 21x^2 + 18x + 20 = 0$. என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் இயல்பைக் காண்க.

14. (a) Prove that: $\text{Cos } 8\theta = 128 \cos^8 \theta - 256 \cos^6 \theta$

$$+ 160 \cos^4 \theta - 32 \cos^2 \theta + 1.$$

நிறுவக: $\text{Cos } 8\theta = 128 \cos^8 \theta - 256 \cos^6 \theta$

$$+ 160 \cos^4 \theta - 32 \cos^2 \theta + 1.$$

Or

- (b) Prove that:

$$\sin^5 \theta = \left(\frac{1}{2^4} \right) [\sin 5\theta - 5 \sin 3\theta + 10 \sin \theta].$$

நிறுவக: $\sin^5 \theta = \left(\frac{1}{2^4} \right) [\sin 5\theta - 5 \sin 3\theta + 10 \sin \theta].$

15. (a) Prove that: $\cosh^{-1} x = \log_e (x + \sqrt{x^2 - 1})$.

நிறுவக: $\cosh^{-1} x = \log_e (x + \sqrt{x^2 - 1})$

Or

(b) If $i^{a+ib} = a + ib$ prove that $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b}$.

$i^{a+ib} = a + ib$ எனில் $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b}$ என நிறுவக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that: $S = 1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$.

நிறுவக: $S = 1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$.

17. Solve the reciprocal equation

$$6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0.$$

$$6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0 \quad \text{என்ற} \quad \text{தலைகீழ்}$$

சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

18. Find the positive root of the equation $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ by Horner's method.

$x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலங்களை ஹார்னர் முறைப்படிக்க காண்க.

19. If $\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ show that θ is approximately equal to $1^{\circ}58'$.

$\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ எனில் θ என்பது தோராயமாக $1^{\circ}58'$ —ற்கு சமமாகும் என நிறுவுக.

20. If $\sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ prove that $\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$.

$\sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ எனில் $\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$. என நிறுவுக.

F-2469

Sub. Code

7BMA2C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Second Semester

Mathematics

ANALYTICAL GEOMETRY OF 3D AND VECTOR
CALCULUS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Find the equation of straight line joining (2, 3, 7), (2, -5, 8).

(2, 3, 7), (2, -5, 8) எனும் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

2. Find the direction cosine of the normal to the plane $x + y + 2z - 7 = 0$.

$x + y + 2z - 7 = 0$ என்ற தளத்தின் செங்குத்துக் கோட்டின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

3. Find the equation of the sphere with centre (-1, 2, 3) and radius 3 units.

(-1, 2, 3) யை மையமாகவும் ஆரம் 3 அலகாகவும் கொண்ட கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

4. Find the centre and radius of the sphere
 $16(x^2 + y^2 + z^2) - 16x - 8y - 16z - 55 = 0$.

$16(x^2 + y^2 + z^2) - 16x - 8y - 16z - 55 = 0$ என்ற கோளத்தின் ஆரம் மற்றும் மையம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

5. Write the equation of the cone.

கூம்பின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

6. Give the general equation of a right circular cylinder.

நேர்வட்ட உருளையின் பொது சமன்பாட்டை கூறுக.

7. If $\vec{f} = (ax + 3y + 4z)\vec{i} + (x - 3y + 3z)\vec{j} + (3x + 2y - z)\vec{k}$ is solenoidal, find the constant 'a'.

$\vec{f} = (ax + 3y + 4z)\vec{i} + (x - 3y + 3z)\vec{j} + (3x + 2y - z)\vec{k}$ என்பது பாய்வற்றது எனில் மாறிலி 'a' -ஐ காண்க.

8. Prove that $\text{div curl } \vec{F} = 0$.

$\text{div curl } \vec{F} = 0$ என நிரூபி.

9. Define surface integral.

ஒருங்கிணைந்த மேற்பரப்பு - வரையறு.

10. State Stoke's theorem.

ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the equation of the plane passing through the points (7, 0, 6), (2, 2, -1), (3, 4, 2).

(7, 0, 6), (2, 2, -1), (3, 4, 2) ஆகிய புள்ளிகளின் வழியாக செல்லும் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Show that the equation of the plane having intercepts a, b, c with the co-ordinates axes is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

ஆய அச்சுகளுடன் வெட்டுத் துண்டுகள் a, b, c -ஐ முறையே உருவாக்கும் தளத்தின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ என நிரூபி.

12. (a) Find the length of the tangent drawn from the point (x, y, z) to the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0.$$

(x, y, z) என்ற புள்ளியில் இருந்து $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ என்ற கோளத்திற்கு வரையப்படும் தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.

Or

- (b) Prove that the plane section of a sphere is a circle.

ஒரு கோளத்தின் குறுக்கு வெட்டு தளம் ஒரு வட்டம் என நிரூபி.

13. (a) Find the equation to the cones with vertex at the origin and which passes through the curve

$$x^2 + y^2 + z^2 - x - 1 = 0, x^2 + y^2 + z^2 + y - 2 = 0.$$

ஆதியில் முனையை கொண்டு மற்றும் $x^2 + y^2 + z^2 - x - 1 = 0, x^2 + y^2 + z^2 + y - 2 = 0$ என்ற வளைவின் வழிச்செல்லும் கூம்புகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the right circular cylinder of radius 3 and axis $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{-1}$.

ஆரம் 3 மற்றும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{-1}$ என்ற அச்ச கொண்ட நேர்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டை காண்க.

14. (a) Prove that $\text{grad } r^n = nr^{n-2} \vec{r}$.

$\text{grad } r^n = nr^{n-2} \vec{r}$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $\text{curl}(\vec{r} \times a) = -2a$ where a is a constant vector.

a ஒரு மாறிலி வெக்டர் எனில் $\text{curl}(\vec{r} \times a) = -2a$ என நிறுவுக.

15. (a) Use Green's theorem to evaluate $\int_c (x^2 + xy) dx + (x^2 + y^2) dy$ where c is the square formed by $y = \pm 1, x = \pm 1$.

கிரீன் தேற்றம் மூலம் $\int_c (x^2 + xy) dx + (x^2 + y^2) dy$ ஐ மதிப்பிடுக. இங்கு c என்பது $y = \pm 1, x = \pm 1$ ஆல் அடைக்கப்பட்ட சதுரமாகும்.

Or

- (b) Find the value of $\iint xy dx dy$ taken over the positive quadrant of the ellipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மிகை காற்பகுதியில் $\iint xy dx dy$ -ன் மதிப்பை காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the shortest distance and the equation of the line of shortest distance between the planes.

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-6}{6} = \frac{z}{2} \text{ and } \frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}.$$

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-6}{6} = \frac{z}{2} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1} \quad \text{என்ற}$$

கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள மீச்சிறு தூரம் மற்றும் மீச்சிறு தூரக் கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றை காண்க.

17. Show the plane $2x - y - 2z = 16$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ and find the point of contact.

$$2x - y - 2z = 16 \text{ என்ற தளம்}$$

$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ என்ற கோளத்தை தொடும் என காட்டுக மற்றும் அது தொடும் புள்ளியை காண்க.

18. Find the equation of the cone formed by rotating the line $2x + 3y = 6, z = 0$ about y -axis.

$2x + 3y = 6, z = 0$ என்ற கோட்டை y -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றும் போது கிடைக்கும் கூம்பின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

19. Prove that $\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)\vec{r}^n$. Deduce that $r^n \vec{r}$ is solenoidal $\Leftrightarrow n = -3$.

$\text{div}(r^n \vec{r}) = (n+3)\vec{r}^n$ என நிரூபி. மேலும் $r^n \vec{r}$ பாய்வற்றது $\Leftrightarrow n = -3$ எனவும் நிரூபி.

20. Verify Stoke's theorem for

$\vec{f} = (2x - y)\vec{i} - (yz^2)\vec{j} - (y^2z)\vec{k}$ where S is the upper half surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and C is its boundary.

$\vec{f} = (2x - y)\vec{i} - (yz^2)\vec{j} - (y^2z)\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ எனும் கோளத்தின் மேல் அரை மேற்பரப்பு C என்பது அதன் வரம்பு எனில் ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

F-2470

Sub. Code
7BMA2C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Second Semester

Mathematics

SEQUENCES AND SERIES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define a sequence and give an example.

ஒரு வரிசையை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

2. Prove : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

நிறுவுக : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

3. State Cauchy general principle of convergence.

ஒருங்குதலுக்கான காசியின் பொதுமை தத்துவத்தை எழுதுக.

4. Define a limit point.

ஒரு எல்லைப் புள்ளியை வரையறு.

5. Test the convergence of $\sum \frac{1}{(\log n)^n}$.

$\sum \frac{1}{(\log n)^n}$ ன் ஒருங்குதலை சோதிக்க.

6. State Kummer's Test.

கும்மரின் சோதனையை கூறுக.

7. Define an absolutely convergent series.

ஒரு தனி ஒருங்கு தொடரை வரையறு.

8. State Leibnitz's Test.

லிபினிட்ஸின் சோதனையைக் கூறுக.

9. Given that $\sum \frac{1}{n^2} = S$. Prove that

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = \frac{3}{4}S.$$

$\sum \frac{1}{n^2} = S$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = \frac{3}{4}S \text{ என நிறுவுக.}$$

10. State Abel's theorem on multiplication of series.

தொடர்களின் பெருக்கலின் மீதான ஏபல் தேற்றத்தைக் கூறுக.

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that any convergent sequence is a bounded sequence.

எந்த ஒரு ஒருங்கும் தொடர் வரிசையும் ஒரு வரம்புடைய வரிசை என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} (a^{\frac{1}{n}}) = 1$ where $a > 0$ is any real number.

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a^{\frac{1}{n}}) = 1$ என நிறுவுக. இதில் $a > 0$ என்பது ஒரு மெய் எண்.

12. (a) Prove that a monotonic increasing sequence which is bounded above converges to its *l.u.b.*

மேல் வரம்புள்ள ஒரு போக்கு ஏறும்சார்பானது மீச்சிறு மேல் வரம்பிற்கு ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that every sequence (a_n) has a monotonic subsequence.

ஒவ்வொரு வரிசை (a_n) ம், ஒரு போக்கு உள்வரிசையை பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

13. (a) State and prove comparison test.

ஒப்பீட்டுச் சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

Or

(b) Discuss the convergence of the series $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^{\alpha}}$

where $\alpha \geq 0$.

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^{\alpha}}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை விவாதிக்க.

இதில் $\alpha \geq 0$.

14. (a) Show that the series $\sum (-1)^n [\sqrt{(n^2 + 1) - n}]$ is conditionally convergent.

$\sum (-1)^n [\sqrt{(n^2 + 1) - n}]$ என்பது ஒரு நிபந்தனை ஒருங்கு தொடர் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that any absolutely convergent series is convergent.

எந்த ஒரு தனி ஒருங்கு தொடரும் ஒருங்கும் தொடர் என நிறுவுக.

15. (a) Show by an example that the Cauchy product of two convergent series need not converge.

இரு ஒருங்கும் தொடர்களின் காஸி பெருக்கல் ஒருங்க வேண்டிய அவசியமில்லை என்பதற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

Or

- (b) Let $\sum a_n$ be the series obtained by removing the brackets from the given series $\sum A_n$ and $\sum A_n$ converges to s . If the sum of the absolute values of the terms in the k^{th} bracket tends to zero as $k \rightarrow \infty$, then prove that $\sum a_n$ also converges to s .

$\sum a_n$ என்பது $\sum A_n$ என்று கொடுக்கப்பட்ட தொடரிலிருந்து அடைப்புக் குறிகளை நீக்கி பெறப்பட்ட தொடர் மற்றும் $\sum A_n$ ஆனது s ற்கு ஒருங்குகிறது என்க. k ஆவது அடைப்புக் குறியில் உள்ள உறுப்புகளின் மட்டுமதிப்புகளின் கூடுதல் $k \rightarrow \infty$ எனும்போது 0 ற்கு ஒருங்கினால், $\sum a_n$ ஆனதும் s ற்கு ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $(a_n) \rightarrow a$ and $a_n \neq 0 \forall n, a \neq 0$, then prove that $\left(\frac{1}{a^n}\right) \rightarrow \frac{1}{a}$.

$(a_n) \rightarrow a$ மற்றும் $a_n \neq 0 \forall n, a \neq 0$ எனில் $\left(\frac{1}{a^n}\right) \rightarrow \frac{1}{a}$ என நிறுவுக.

17. If $(a_n) \rightarrow l$ then prove that $\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}\right) \rightarrow l$.

$(a_n) \rightarrow l$ எனில் $\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}\right) \rightarrow l$ என நிறுவுக.

18. State and prove Cauchy's root test.

கோஷியின் மூலச்சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.

19. (a) State and prove Dirichlet's test.
(b) State and prove Abel's test.
(அ) டிரிச்செலட் சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.
(ஆ) ஏபல் சோதனையைக் கூறி நிறுவுக.
20. State and prove Merten's theorem.
மார்ட்டின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.
-

F-2471

Sub. Code

7BMA3C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Third Semester

Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define a group and give an example.
ஒரு குலத்தை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
2. Find the identity element of the group $(R^*, *)$ where
 $a * b = \frac{ab}{2}$.
 $(R^*, *)$ என்ற குலத்தின் சமனி உறுப்பைக் காண்க. இதில்
 $a * b = \frac{ab}{2}$.
3. Find the order of -1 and 3 in $(z, +)$.
 $(z, +)$ ல் -1 மற்றும் 3 ன் வரிசையைக் காண்க.
4. State Fermat's theorem.
பெர்மாட்டின் தேற்றத்தை கூறுக.
5. Prove that the centre H of a group G is a normal subgroup of G .
 G என்ற ஒரு குலத்தின் மையம் H ஆனது G ன் ஒரு நேர்மை உட்குலம் என நிறுவுக.

6. Define a homomorphism between groups and give an example.

குலங்களுக்கு இடையிலான செயல் மாறாக் கோர்த்தலை வரையறுத்து ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

7. What is an integral domain? Give an example.

ஒரு எண்ணரங்கம் என்றால் என்ன? ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

8. Define : Quotient ring.

வரையறு : வகுத்தல் வளையம்.

9. If p is a prime number then prove that (p) is a maximal ideal in \mathbb{Z} .

p ஒரு பகா எண் எனில் (p) என்பது \mathbb{Z} ன் மீப்பெரு சீர்வளையம் என நிறுவுக.

10. Define : UFD.

வரையறு : UFD.

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let G be a group in which $(ab)^m = a^m b^m$ for three consecutive integers and for all $a, b \in G$ then prove that G is an abelian group.

G என்பது மூன்று தொடர்ச்சியான முழுக்களுக்கும் அனைத்து $a, b \in G$ ற்கும் $(ab)^m = a^m b^m$ எனுமாறு உள்ள ஒரு குலம் எனில் G ஒரு அபிலியன் குலம் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the symmetric group S_3 is non-abelian.

சமச்சீர் குலம் S_3 ஆனது அபிலியன் குலமல்ல என நிறுவுக.

12. (a) Prove that a subgroup of a cyclic group is cyclic.

ஒரு வட்டக் குலத்தின் ஓர் உட்குலமும் ஒரு வட்டக் குலம் என நிறுவுக.

Or

(b) State and prove Euler's theorem.

ஆய்லரின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

13. (a) Let N be a normal subgroup of a group G . If H is a subgroup of G then prove that HN is a subgroup of G .

N என்பது G என்ற குலத்தின் நேர்மை உட்குலம் என்க. H என்பது G ன் ஓர் உட்குலம் எனில் HN ம் G ன் ஓர் உட்குலம் என நிறுவுக.

Or

(b) State and prove the fundamental theorem of homomorphism on groups.

குலங்களின் செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

14. (a) If R is a ring and $a, b \in R$ then prove

(i) $Oa = aO = O$

(ii) $a(b - c) = ab - ac$.

R ஒரு வளையம் மற்றும் $a, b \in R$ எனில் நிறுவுக.

(i) $Oa = aO = O$

(ii) $a(b - c) = ab - ac$.

Or

(b) Prove that any finite integral domain is a field.

எந்த ஒரு முடிவுறு எண்ணரங்கமும் ஒரு களம் என நிறுவுக.

15. (a) If $R = \{a + bi/a, b \in \mathbb{Z}\}$ and $d(a + ib) = a^2 + b^2$ then prove that R is an Euclidean domain

$R = \{a + bi/a, b \in \mathbb{Z}\}$ மற்றும் $d(a + ib) = a^2 + b^2$ எனில் R ஒரு யூக்ளிடியன் அரங்கம் என நிறுவுக.

Or

(b) Find all prime ideals and maximal ideals of \mathbb{Z}_{12} .

\mathbb{Z}_{12} ன் அனைத்து பகாசீர் வளையங்கள் மற்றும் மீப்பெரு சீர் வளையங்களைக் காண்க.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Let G denote the set of all matrices of the form $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$, $x \in R^*$. Prove that G is a group under matrix multiplication.

G என்பது $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$, $x \in R^*$ என்ற வடிவில் அமைந்த அனைத்து அணிகளின் கணம் என்க. அணிப் பெருக்கலைப் பொருத்து G ஒரு குலம் என நிறுவுக.

17. State and prove Lagranges theorem.
லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
18. Prove that any finite group is isomorphic to a group of permutations.
எந்த ஒரு முடிவுறு குலமும் சமச்சீர் குலத்துடன் சமஒப்புமை உடையது என நிறுவுக.
19. Prove that Z_n is an integral domain $\Leftrightarrow n$ is a prime.
நிறுவுக : Z_n ஒரு எண்ணரங்கம் $\Leftrightarrow n$ ஒரு பகா எண்.
20. State and prove the fundamental theorem of Homomorphism on rings.
வளையங்களின் மீதான செயல் மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

F-2472

Sub. Code

7BMA3C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Third Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ITS APPLICATIONS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Write the criterion for $Mdx + Ndy = 0$ to be exact.

$Mdx + Ndy = 0$ என்ற சமன்பாடு துல்லியமானதாக இருப்பதற்கான நிபந்தனையை எழுதுக.

2. Solve : $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

தீர்க்க : $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$.

3. Write the standard form for a pair of ordinary simultaneous equations of the first order and first degree.

முதல் படியும் முதல் வரிசையும் உடைய ஒரு ஜோடி ஒருங்கமை சமன்பாடுகளின் பொதுவான வடிவத்தை எழுதுக.

4. Write the auxiliary equation of

$$(5 + 2x)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x .$$

$(5 + 2x)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6(5 + 2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 6x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு

துணைச் சமன்பாடு எழுதுக.

5. What is the condition of integrability of
 $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.
 $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ –ற்க்கு தொகையிடலின் நிபந்தனை என்ன?
6. Solve : $(y^2 + yz + z^2)dx + (z^2 + zx + x^2)dy +$
 $(x^2 + xy + y^2)dz = 0$.
 தீர்க்க : $(y^2 + yz + z^2)dx + (z^2 + zx + x^2)dy +$
 $(x^2 + xy + y^2)dz = 0$.
7. Eliminate a and b from $z = (x + a)(y + b)$.
 $z = (x + a)(y + b)$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து a மற்றும் b
 மாறிலிகளை நீக்குக.
8. Solve $p + q = x + y$.
 தீர்க்க : $p + q = x + y$
9. Define Trajectory.
 எறிவு வரையை வரையறு.
10. What is the principle of conservation of energy?
 ஆற்றல் காப்பு தத்துவம் என்றால் என்ன?

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve : $y(xy + 2x^2y^2)dx + x(xy - x^2y^2)dy = 0$.
 தீர்க்க : $y(xy + 2x^2y^2)dx + x(xy - x^2y^2)dy = 0$.
 Or
- (b) Solve : $x^2 = (1 + p^2)$.
 தீர்க்க $x^2 = (1 + p^2)$.

12. (a) Solve : $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 3x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x + \log x$.

தீர்க்க : $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 3x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = x + \log x$.
Or

(b) Solve : $\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{xy}$.

தீர்க்க : $\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{xy}$.

13. (a) Solve : $x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = e^x$.

தீர்க்க : $x \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x-1) \frac{dy}{dx} + (x-1)y = e^x$.
Or

(b) Solve : $yz(ax+y+z)dx + zx(x+ay+z)dy + xy(x+y+az)dz = 0$.

தீர்க்க : $yz(ax+y+z)dx + zx(x+ay+z)dy + xy(x+y+az)dz = 0$.

14. (a) Solve : $p(1+q^2) = q(z-1)$.

தீர்க்க : $p(1+q^2) = q(z-1)$.
Or

(b) Solve : $Z = px + qy + \sqrt{1+p^2+q^2}$

தீர்க்க : $Z = px + qy + \sqrt{1+p^2+q^2}$.

15. (a) Discuss the free fall of a body under gravity.

புவியீர்ப்பு விசையினை பொறுத்து தன்மயமாக விழக் கூடிய பொருளினை பற்றி விவாதி.

Or

- (b) Find the orthogonal trajectories of the family of hypocycloids $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ என்ற அக உருள்வரை குடும்பத்திற்கு செங்குத்தான எறிவு வரையைக் காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve : $(D^3 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.

தீர்க்க : $(D^3 - 2D + 4)y = e^x \cos x$.

17. Solve :

(a) $4 \frac{dx}{dt} + 9 \frac{dy}{dt} + 2x + 31y = e^t$

(b) $3 \frac{dx}{dt} + 7 \frac{dy}{dt} + x + 24y = 3$

தீர்க்க :

(அ) $4 \frac{dx}{dt} + 9 \frac{dy}{dt} + 2x + 31y = e^t$

(ஆ) $3 \frac{dx}{dt} + 7 \frac{dy}{dt} + x + 24y = 3$.

18. Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + x^2y = \sec nx$.

தீர்க்க : $\frac{d^2y}{dx^2} + x^2y = \sec nx$.

19. Solve : $p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0$ by Charpit's method.

சார்பிட்ஸ் முறையைப் பயன்படுத்தி $p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0$ -னை தீர்க்க.

20. Explain Brachistochrone problem.

பிராக்கிஸ்டோகுரோன் கணக்கினை விவரி.

F-2473

Sub. Code
7BMA4C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fourth Semester

Mathematics

TRANSFORM TECHNIQUES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

- Show that $L[1] = 1/s$.
 $L[1] = 1/s$ எனக் காட்டுக.
- Find $L[t \cdot e^{-at}]$.
 $L[t \cdot e^{-at}]$ மதிப்பு காண்க.
- Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$.
மதிப்பு காண்க : $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+a)^2}\right]$.
- Show that $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+2)^2}\right] = e^{-2t}(1-2t)$.
 $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+2)^2}\right] = e^{-2t}(1-2t)$ எனக் காட்டுக.
- Define the Fourier coefficients a_n, b_n .
 a_n, b_n ஆகிய ஃபூரியர் குணகங்கள் வரையறு.

6. Find a_0 if $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$.
 $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi$ எனில் a_0 காண்க.
7. If $f(x) = 1, -1 \leq x \leq 1$, find the Fourier Cosine transform?
 $f(x) = 1, -1 \leq x \leq 1$ எனில் ஃபூரியர் கொசைன் உருமாற்றம் காண்க.
8. Define Fourier sine transform.
ஃபூரியர் சைன் உருமாற்றத்தை வரையறு.
9. Define Z-transform.
Z-உருமாற்றம் வரையறு.
10. Show that $Z[(-1)^n] = \frac{Z}{Z+1}$.
 $Z[(-1)^n] = \frac{Z}{Z+1}$ எனக் காட்டுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Evaluate : $L\left[\frac{1-e^t}{t}\right]$.
மதிப்பு காண்க : $L\left[\frac{1-e^t}{t}\right]$.
Or
- (b) Evaluate : $\int_0^{\infty} t e^{-3t} \cos t dt$.
மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\infty} t e^{-3t} \cos t dt$.
12. (a) Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{1}{s}(s+1)(s+2)\right]$.
மதிப்பு காண்க : $L^{-1}\left[\frac{1}{s}(s+1)(s+2)\right]$.
Or

(b) Evaluate : $L^{-1} \left[\frac{1}{(s^2 + s^2)^2} \right]$.

மதிப்பு காண்க : $L^{-1} \left[\frac{1}{(s^2 + s^2)^2} \right]$.

13. (a) If $f(x) = (\pi - x)/2$, $0 \leq x \leq 2\pi$, find the Fourier Co-efficient b_n .

$f(x) = (\pi - x)/2$, $0 \leq x \leq 2\pi$ எனில் ஃபூரியர் குணகம் b_n காண்க.

Or

- (b) If $f(x) = x^2$, $-\pi \leq x \leq \pi$, find Fourier co-efficient a_n .

$f(x) = x^2$, $-\pi \leq x \leq \pi$ எனில் ஃபூரியர் குணகம் a_n காண்க.

14. (a) Show that $F_c \left[\frac{1}{\sqrt{x}} \right] = \frac{1}{\sqrt{s}}$.

$F_c \left[\frac{1}{\sqrt{x}} \right] = \frac{1}{\sqrt{s}}$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that Fourier transform satisfies linear property.

ஃபூரியர் உருமாற்றம் ஒருபடி பண்பை பூர்த்தி செய்யும் என நிறுவுக.

15. (a) Show that $Z[n \cdot a^n] = \frac{az}{(z - a)^2}$

$Z[n \cdot a^n] = \frac{az}{(z - a)^2}$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) Show that $z^{-1} \left[\frac{4z^2 - 2z}{(z-1)(z-2)^2} \right] = 2 - 2^{n+1} + 3n \cdot 2^n$.

$z^{-1} \left[\frac{4z^2 - 2z}{(z-1)(z-2)^2} \right] = 2 - 2^{n+1} + 3n \cdot 2^n$ எனக் காட்டுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Evaluate the following :

(a) $L[t \sin 2t e^{3t}]$

(b) $L[t \sin ht e^{-3t}]$.

பின்வருவனவற்றின் மதிப்பு காண்க.

(அ) $L[t \sin 2t e^{3t}]$

(ஆ) $L[t \sin ht e^{-3t}]$.

17. Solve : $y'' + 2y' - 3y = \sin t$, $y = y' = 0$ when $t = 0$.தீர்க்க : $y'' + 2y' - 3y = \sin t$, $y = y' = 0$ $t = 0$.18. If $f(x) = \begin{cases} 1+x, & 0 < x < \pi \\ -1+x, & -\pi < x < 0 \end{cases}$, find the Fourier series of $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & 0 < x < \pi \\ -1+x, & -\pi < x < 0 \end{cases}$$
 எனில் $f(x)$ -ன் ஃபூரியர்

தொடர் காண்க.

19. State and prove Parseval's identify.

பார்ஸவெல்லின் சமனை கூறி நிறுவுக.

20. Solve $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = n$, with $u_0 = u_1 = 0$, using Z-Transform. Z -உருமாற்றம் கொண்டு தீர்க்க : $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = n$
 $u_0 = u_1 = 0$.

F-2474

Sub. Code

7BMA4C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fourth Semester

Mathematics

LINEAR ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define subspace.

வரையறு உள்வெளி.

2. Define : Linear transformation.

வரையறு : ஒரு படி உருமாற்றம்.

3. Prove that $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ is a basis for $V_3(R)$. $S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ என்பது $V_3(R)$ னுடைய அடிக்கணம் என நிரூபி.4. Define Rank and Nullity of T . T யின் தரம் மற்றும் இன்மையை (Nullity) வரையறு.

5. Show that if x and y are orthogonal then $\langle x, y \rangle = 0$.

x மற்றும் y செங்குத்தாக இருக்குமெனில் $\langle x, y \rangle = 0$ ஆக இருக்கும் என காட்டு.

6. Define norm of x .

x னுடைய நெறிமத்தை (norm) வரையறு.

7. If A be any square matrix. Prove that $A + A^T$ is symmetric.

A என்பது ஒரு சதுர அணி எனில் $A + A^T$ என்பது ஒரு சமச்சீர் அணி என்று நிரூபி.

8. Prove that the product of any two non-singular matrices is non singular.

இரண்டு ஒருமையற்ற அணிகளின் பெருக்குத் தொகை ஒருமையற்றது என நிரூபி.

9. Find the characteristics polynomial of $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ -ன் சிறப்பியல்பு பல்லுறுப்பு கோவையை காண்க.

10. Find the eigen values of A^5 when $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ என இருக்கும் போது, A^5 -ன் ஐகன்

மதிப்பினை காண்க.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that the intersection of two subspaces of a vector space is a subspace.

வெக்டர் வெளியின் இரண்டு உள்வெளிகளின் வெட்டுக்கணமும் ஒரு உள்வெளி என நிரூபிக்க.

Or

- (b) Prove that $L(S)$ is a subspace of V .

$L(S)$ என்பது V என்ற வெக்டர்வெளியின் உள்வெளி என நிரூபி.

12. (a) Prove that any subset of a linearly independent set is linearly independent.

ஒருபடி சார்பற்ற கணத்தின் ஒரு உட்கணமானது ஒருபடி சார்பற்றதாக இருக்கும் என நிரூபி.

Or

- (b) Prove that $\dim V = \text{rank } T + \text{nullity } T$ if $T : V \rightarrow W$ be a linear transformation.

$T : V \rightarrow W$ என்பது ஒருபடி உருமாற்றம் எனில் பரிமாணம் பரிமாணம் $V = \text{தரம் } T + \text{இன்மை } T$ என நிரூபி.

13. (a) Prove that : $|(x, y)| \leq \|x\| \|y\|$.

நிரூபிக்க : $|(x, y)| \leq \|x\| \|y\|$.

Or

- (b) Explain orthogonalisation process.

செங்குத்து மயமாக்கும் முறையை விவரி.

14. (a) Prove that a square matrix A is symmetric iff $A = A^T$.

ஒரு சதுர அணி A சமச்சீர் அணியாக இருக்க தேவையான மற்றும் நிபந்தனை $A = A^T$ என்பதாகும் என நிரூபி.

Or

- (b) Reduce the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ to the canonical form.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு நியமன வடிவத்தை காண்க.

15. (a) Find the characteristics equation of the following

matrix $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

கீழ்வரும் அணியின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டினை காண்க

$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

Or

- (b) Verify Cayley-Hamilton's theorem for the matrix

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணிக்கு கெய்லி-ஹேமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove fundamental theorem of homomorphism on vector spaces.

வெக்டர் வெளியில் உள்ள செயல்மாறாக் கோர்த்தல் அடிப்படை தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்க.

17. Let V be a finite dimensional vectorspace over a field F . Let W be a subspace of V . Then prove that

(a) $\dim W \leq \dim V$

(b) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim V - \dim W$

V என்பது F -ன் மீதான ஒரு முடிவுள்ள பரிமாணம் கொண்ட வெக்டர்வெளி என்க. W என்பது V யினுடைய உள்வெளி எனில் நிரூபிக்க.

(அ) $\dim W \leq \dim V$

(ஆ) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim V - \dim W$

18. Prove that every finite dimensional inner product space has an orthonormal basis.

ஒவ்வொரு முடிவுறு பரிமாணம் கொண்ட உட்பெருக்கு வெளிக்கும் செங்குத்தான அடிக்கணம் இருக்கும் என நிரூபி.

19. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.

20. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியினுடைய ஐகன் மதிப்பு மற்றும்}$$

ஐகன் வெக்டரைக் காண்க.

F-2475

Sub. Code

7BMA5C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

REAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Prove that \mathbb{Q} is countable. \mathbb{Q} எண்ணிடத்தக்கது என நிறுவுக.

2. Define metric space.

மெட்ரிக் வெளியை வரையறு.

3. Define dense subset.

அடர் உட்கணத்தை வரையறு.

4. Prove that for an convergent sequence $\{x_n\}$, the limit is unique.ஒரு ஒருங்கும் வரிசை $\{x_n\}$ - ற்கு எல்லை தனித்துவம் வாய்ந்தது என நிறுவுக.

5. Define continuity of a function at 'a'.

'a'-ல் ஒரு சார்பின் தொடர்ச்சியை வரையறு.

6. Define open map and closed map.

மூடிய மற்றும் திறந்த சார்புகளை வரையறு.

7. Prove that $M=[1,2] \cup [3, 4]$ is disconnected with usual metric.

வழக்கமான மெட்ரிக்ஸின் கீழ் $M=[1,2] \cup [3, 4]$ இணைந்ததல்ல என நிறுவுக.

8. Define disconnected metric space.

இணைப்பற்ற மெட்ரிக் வெளியை வரையறு.

9. Define compact metric space.

கட்சிதமான மெட்ரிக் வெளியை வரையறு.

10. Prove that any compact metric space is totally bounded.

எந்த ஒரு கட்சிதமான மெட்ரிக் வெளியும் முழுமையான வரம்புடையது என நிறுவுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that $(0, 1]$ is uncountable.

$(0, 1]$ எண்ணிடத்தக்கதல்ல என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that in any metric space, intersection of a finite number of open sets is open.

எந்த ஒரு மெட்ரிக் வெளியிலும் முடிவுறு திறந்த கணங்களின் வெட்டும் திறந்ததே என நிறுவுக.

12. (a) If M is a metric space and $A \subset M$, then prove that $\overline{A} = A \cup D(A)$.

M ஒரு மெட்ரிக் வெளி மற்றும் $A \subset M$ எனில் $\overline{A} = A \cup D(A)$ என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that C with usual metric is complete.

வழக்கமான மெட்ரிக்வுடன் C முழுமையானது என நிறுவுக.

13. (a) Prove that the metric spaces $(0,1)$ and $(0, \infty)$ with usual metrics are homeomorphic.

வழக்கமான மெட்ரிக்வுடன் $(0,1)$ மற்றும் $(0, \infty)$ என்ற மெட்ரிக் வெளிகள் வடிவொப்புமையானவை என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that the function $f:(0,1) \rightarrow R$ defined by

$f(x) = \frac{1}{x}$ is not uniformly continuous.

$f(x) = \frac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்பட்ட $f:(0,1) \rightarrow R$ என்ற சார்பு சீரான தொடர்ச்சியற்றது என நிறுவுக.

14. (a) State and prove intermediate value theorem.

இடைமதிப்பு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

Or

(b) Let M_1 be a connected metric space, let M_2 be any metric space. If $f:M_1 \rightarrow M_2$ is a continuous function, then prove that $f(M_1)$ is a connected subset of M_2 .

M_1 என்பது இணைந்த மெட்ரிக் வெளி என்க. M_2 என்பது ஏதேனும் ஒரு மெட்ரிக் வெளி என்க. $f:M_1 \rightarrow M_2$ ஒரு தொடர்ச்சியான சார்பு எனில் $f(M_1)$ - ஆனது M_2 -ன் இணைந்த உட்கணம் என நிறுவுக.

15. (a) Prove that any compact subset A of a metric space (M, d) is closed.

(M, d) என்ற மெட்ரிக் வெளியின் எந்த ஒரு கட்சிதமான உட்கணம் A வும் மூடியது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a closed subspace of a compact metric space is compact.

ஒரு கட்சிதமான மெட்ரிக் வெளியின் ஒரு மூடிய உள்வெளியும் கட்சிதமானது என நிறுவுக.

Part C (3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove Holder's inequality.
ஹோல்டரின் சமனின்மையை கூறி நிறுவுக.
17. State and prove Cantor's intersection theorem.
கேன்டரின் வெட்டுத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.
18. Prove that f is continuous iff inverse image of every open set is open.
 f தொடர்ச்சியாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை ஒவ்வொரு திறந்த கணத்தின் பிரதிபிம்பமும் திறந்ததாக இருத்தலாகும் என நிறுவுக.
19. Prove that \mathbb{R} is connected.
 \mathbb{R} இணைந்தது என நிறுவுக.
20. In a metric space M prove that the following are equivalent
(a) M is compact
(b) Any infinite subset of M has a limit point
(c) M is sequentially compact
(d) M is totally bounded and complete.
ஒரு மெட்ரிக் வெளி M -ல் கீழ்வருபவை சமானமானவை என நிறுவுக.
(அ) M கட்சிதமானது
(ஆ) M -ன் எந்த ஒரு முடிவுறா உட்கணத்திற்கும் எல்லை புள்ளி இருக்கும்
(இ) M தொடர்பு கட்சிதமானது
(ஈ) M முழு வரம்புடையது மற்றும் முழுமையானது.

F-2476

Sub. Code

7BMA5C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

STATISTICS — I

(CBCS 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Write the formula for standard deviation.
திட்ட விலக்கம் சூத்திரம் எழுதுக.
2. What is co-efficient of variation
மாறுபாட்டின் கெழு என்றால் என்ன?
3. Write μ_3 in terms of μ'_i .
 μ_3 ஐ μ'_i எழுது.
4. Define Co-efficient of skewness.
கோட்டக் கெழுவை வரையறு.
5. Between what values the correlation lie?
எந்த மதிப்புகளுக்குள் மாறுபாட்டின் கெழு இருக்கும்?
6. What is a regression?
தொடர்பு என்றால் என்ன?

7. Obtain Newtons forward difference formula.

நியூட்டனின் முன் வித்தியாச சூத்திரத்தை எழுது.

8. Obtain Lagranges interpolation formula.

லக்ராஞ்சியின் இடைச்செருகல் சரித்திரத்தை எழுது.

9. Give two uses of index numbers.

குறியீட்டென்களின் இரண்டு பயன்களை எழுதுக.

10. Give the components of time series.

நேர தொடரின் கூறுகளை எழுது.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find Harmonic mean.

x : 10 20 30 40 50

f : 20 30 50 15 5

இசைச் சராசரி காண்க.

x : 10 20 30 40 50

f : 20 30 50 15 5

Or

(b) Find the co-efficient of quartile deviation.

x : 20, 28, 40, 12, 30, 15, 50

கால்மான விலக்க கெழுவை காண்க.

x : 20, 28, 40, 12, 30, 15, 50

12. (a) Find μ_1 and μ_2 .

x : 80 100 120 140 160

f : 8 11 18 9 4

μ_1 மற்றும் μ_2 காண்க.

x : 80 100 120 140 160

f : 8 11 18 9 4

Or

- (b) Explain Curve fitting by least squares.

குறைந்த வர்க்கத்தில் விளகோட்டை பொருத்துதலை விளக்குக.

13. (a) Find the two regression co-efficients.

x : 48 35 17 23 47

y : 45 20 40 25 45

இரு தொடர்பு கெழுக்கள் காண்க.

x : 48 35 17 23 47

y : 45 20 40 25 45

Or

- (b) Explain how do you find correlation co-efficient for a bivariate distribution.

ஈறுருப்பு பரவலுக்கு மாறுபாட்டின் கெழு எவ்வாறு காண்பாய் என விளக்குக.

14. (a) Prove the following :

(i) $\Delta \equiv E - 1$

(ii) $\mu = \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2})$

(iii) $\mu^2 = (\delta^2 + 4)/4$

பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $\Delta \equiv E - 1$

(ii) $\mu = \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2})$

(iii) $\mu^2 = (\delta^2 + 4)/4$

Or

(b) Find $y(2)$.

$x :$ 0 1 3 4

$y(x) :$ -12 0 12 24

$y(2)$ காண்க.

$x :$ 0 1 3 4

$y(x) :$ -12 0 12 24

15. (a) Find consumer price index number.

Commodity	Price (1980)	Price (1981)	Weightage %
A	400	550	35
B	250	300	25
C	500	600	15
D	200	350	20
E	150	225	5

நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்ணை காண்க.

பொருள்	விலை (1980)	விலை (1981)	(எடை விகிதம்) %
A	400	550	35
B	250	300	25
C	500	600	15
D	200	350	20
E	150	225	5

Or

(b) Explain measurement of trends.

போக்குகளை அளவிடுதல் பற்றி விளக்குக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find which Batsman *A* or *B* is consistent.

A: 32 28 47 63 71 39 10 60 96 14

B: 19 31 48 53 67 90 10 62 40 80

எந்த மட்டையாளர் *A* அல்லது *B* பொருத்தமுடையவர் என்று காண்க.

A: 32 28 47 63 71 39 10 60 96 14

B: 19 31 48 53 67 90 10 62 40 80

17. Find Karl Pearson co-efficient of skewness :

x : 70-80 80-70 50-60 40-50 30-40 20-30

f : 11 22 30 35 21 11

கார்ப் பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவை காண்க.

x : 70-80 80-70 50-60 40-50 30-40 20-30

f : 11 22 30 35 21 11

18. Find the rank correlation co-efficient.

Mark 1 : 20 22 28 23 30 30 23 24

Mark 2 : 28 24 24 25 26 27 32 30

தர மாறுபாட்டின் கெழுவை காண்க.

மதிப்பெண் 1 : 20 22 28 23 30 30 23 24

மதிப்பெண் 2 : 28 24 24 25 26 27 32 30

19. Estimate the value of y when $x = 22$.

x : 20 25 30 35 40

y : 73 198 573 1198 1450

$x = 22$ எனும்போது y ன் மதிப்பைக் காண்க.

x : 20 25 30 35 40

y : 73 198 573 1198 1450

20. Construct Fishers Ideal Index no.

Items	p_0	q_0	p_1	q_1
A	10	40	12	45
B	11	50	11	52
C	14	30	17	30
D	8	28	10	29
E	2	15	13	20

பிஷுரின் மாதிரி குறியீட்டெண்ணை அமைக்க.

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1
<i>A</i>	10	40	12	45
<i>B</i>	11	50	11	52
<i>C</i>	14	30	17	30
<i>D</i>	8	28	10	29
<i>E</i>	2	15	13	20

F-2477

Sub. Code

7BMA5C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH – I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Find a basic feasible solution.

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \quad 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2.$$

அடிப்படை உகந்த தீர்வு காண்க.

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \quad 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2.$$

2. Write two features of O.R.

O.R.-ன் இரு பண்புகள் இரண்டினை கூறு.

3. Find the dual of the following problem.

$$\text{Min. } z = x_1 + x_2$$

$$\text{Subject to : } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$-x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

பின்வரும் கணக்கின் இரும்பு காண்க.

$$\text{Min. } z = x_1 + x_2$$

$$\text{Subject to : } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$-x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

4. When do you use a Big – M – method?

பெரிய – M – முறையை எப்போது பயன்படுத்துவாய்.

5. Write the uses of Transportation model.

போக்குவரத்து மாதிரியின் பயன்களை எழுது.

6. What is Least Cost method?

குறைந்த விலை மாதிரி என்றால் என்ன?

7. What is an unbalanced assignment model?

சமனற்ற ஒதுக்கீட்டு மாதிரி என்றால் என்ன?

8. Write the difference between assignment and transportation models.

ஒதுக்கீட்டு மற்றும் போக்குவரத்து மாதிரிகள் எவ்வாறு வேறுபடுகிறது என எழுது.

9. Define a sequencing problem.

வரிசை மாதிரி என்றால் என்ன.

10. Write two assumptions involved in solving a sequencing problem.

வரிசை மாதிரியை தீர்க்கும் போது மேற்கொள்ளும் தற்கோள்கள் இரண்டினை எழுது.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve by Graphical method:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{subject to } -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

வரைபட முறையில் தீர்க்க:

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{subject to } -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

- (b) Explain the applications of operation research.

செயல் திட்டத்தின் பயன்பாடுகளை விவரி.

12. (a) Explain two – Phase method.

இரு – நிலை முறையை விவரி.

Or

- (b) Using dual simplex method solve:

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$-x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

இருமை பன்முகி முறையில் தீர்க்க:

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$-x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

13. (a) Solve using North West Corner rule:

						Supply
	2	11	10	3	7	4
	1	4	7	2	1	8
	3	9	4	8	12	9
Demand	3	3	4	5	6	

வடமேற்கு மூல விதிப்படி தீர்க்க.

						வழங்கல்
	2	11	10	3	7	4
	1	4	7	2	1	8
	3	9	4	8	12	9
தேவை	3	3	4	5	6	

Or

(b) Explain degeneracy in Transportation problem.

போக்குவரத்து கணக்கில் சிதைவை விவரி.

14. (a) Solve the assignment model:
$$\begin{pmatrix} 18 & 24 & 28 & 32 \\ 8 & 13 & 17 & 19 \\ 10 & 15 & 19 & 22 \end{pmatrix}$$

ஒதுக்கீட்டு மாதிரியை தீர்க்க:
$$\begin{pmatrix} 18 & 24 & 28 & 32 \\ 8 & 13 & 17 & 19 \\ 10 & 15 & 19 & 22 \end{pmatrix}$$

Or

- (b) Explain Hungarian method of solving an assignment problem.

ஹங்கேரியன் முறையில் ஒதுக்கீட்டு கணக்கை தீர்ப்பது குறித்து விளக்குக.

15. (a) Explain solving a sequencing problem.

வரிசைமுறை கணக்கை தீர்ப்பது குறித்து விளக்குக.

Or

- (b) Find the optimum sequence:

Job: 1 2 3 4 5

Machine 1: 3 8 5 7 4

Machine 2: 4 10 6 5 8

உகந்த வரிசை காண்க.

வேலை: 1 2 3 4 5

எந்திரம் 1: 3 8 5 7 4

எந்திரம் 2: 4 10 6 5 8

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve by simplex method:

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 10x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

பன்முகி முறையில் தீர்க்க:

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 10x_2$$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

17. Solve the LPP: Max $Z = 3x_1 + 2x_2$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

LPPஐ தீர்க்க: Max $Z = 3x_1 + 2x_2$

$$\text{subject to } 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

18. Find the optimal solution by the transportation problem given below.

					Supply
1	2	3	4		6
4	3	2	0		8
0	2	2	1		10
Demand					4 6 8 6

கீழே உள்ள போக்குவரத்து கணக்கின் உகந்த தீர்வு காண்க,

					வழங்கல்
1	2	3	4		6
4	3	2	0		8
0	2	2	1		10
தேவை					4 6 8 6

19. Solve the assignment problem:
- $$\begin{pmatrix} 60 & 50 & 40 & 30 \\ 40 & 30 & 20 & 15 \\ 40 & 20 & 35 & 10 \\ 30 & 30 & 25 & 20 \end{pmatrix}$$

ஒதுக்கீட்டு கணக்கை தீர்க்க.

$$\begin{pmatrix} 60 & 50 & 40 & 30 \\ 40 & 30 & 20 & 15 \\ 40 & 20 & 35 & 10 \\ 30 & 30 & 25 & 20 \end{pmatrix}$$

20. Find the minimal sequence and minimal total elapsed time.

Task	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Machine 1	2	5	4	9	6	8	7	5	4
Machine 2	6	8	7	4	3	9	3	8	11

குறைந்த வரிசை மற்றும் குறைந்த மொத்த கடந்த நேரம் காண்க.

வேலை	A	B	C	D	E	F	G	H	I
எந்திரம் 1	2	5	4	9	6	8	7	5	4
எந்திரம் 2	6	8	7	4	3	9	3	8	11

F-2478

Sub. Code
7BMAE1A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

Elective: GRAPH THEORY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define a graph and also define the degree of a Vertex.
ஒரு வரைபை வரையறு மற்றும் ஒரு முனையின் படியையும் வரையறு.
2. What is a line graph? Give an example.
ஒரு கோட்டு வரைபு என்றால் என்ன? ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
3. Define a connected graph.
ஒரு தொடுத்த வரைபை வரையறு.
4. Give an example of a Non-Hamiltonian graph.
ஹேமில்டோனியன் அல்லாத ஒரு வரைபிற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
5. Define: Centre of a tree.
ஒரு மரத்தின் மையத்தை வரையறு.
6. What is perfect matching?
முழுநிறை பொருத்தம் என்றால் என்ன?
7. Define: Planar graph.
வரையறு: ஒரு தள வரைபு.

8. What is a Chromatic number? What is the Chromatic index of C_{2n+1} ?

வண்ண எண் என்றால் என்ன? C_{2n+1} ன் வண்ண குறியீடு யாது?

9. Find the Chromatic Polynomial of $K_4 - x$ where x is a line.

$K_4 - x$ வண்ணப் பல்லுறுப்பானைக் காண்க. இதில் x என்பது ஒரு விளிம்பு.

10. Define: Tournament.

வரையறு : போட்டி

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let G be a (p, q) graph. Then prove that $L(G)$ is a

(q, q_L) graph where $q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p di^2 \right) - q$.

G என்பது ஒரு (p, q) வரைபு என்க. $L(G)$ என்பது ஒரு

(q, q_L) வரைபு என நிறுவுக இதில் $q_L = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^p di^2 \right) - q$.

Or

- (b) Explain adjacency matrix and incidence matrix with examples.

அருகாமை அணி மற்றும் படுகை அணி இவற்றை எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

12. (a) Prove that a graph G with atleast two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

G குறைந்தது இரு புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு வரைபு G ஆனது இரு கூறு வரைபாவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அதன் அனைத்து சுற்றுகளும் இரட்டைப்படை நீளம் கொண்டதாக இருத்தல் ஆகும் என நிறுவுக.

Or

2

F-2478

(b) Explain Fleury's algorithm.

ஃப்ளூரியில் படிமுறையை விளக்குக.

13. (a) Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரமும் ஒரு புள்ளி அல்லது இரு அருகாமைப் புள்ளிகளைக் கொண்ட ஒரு மையத்தைப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) State and Prove Hall's marriage theorem.

ஹாலின் திருமணத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

14. (a) Prove that the complete graph K_5 is non-planar.

முழு வரைபு K_5 ஆனது சமதளப்படுத்தக் கூடிய வரைபு அல்ல என நிறுவுக.

Or

(b) For any graph G , prove that the following statements are equivalent.

(i) G is 2-Colourable

(ii) G is bipartite

(iii) Every Cycle of G has even length.

G என்ற எந்த ஒரு வரைபிற்கும் கீழ்காணும் கூற்றுகள் சமமானவை என நிறுவுக.

(i) G என்பது இரு வண்ணமிடத்தக்கது

(ii) G என்பது இரு கூறு உடையது

(iii) G ன் ஒவ்வொரு சுற்றும் இரட்டைப் படை நீளம் உடையது.

15. (a) If G is a tree with ' n ' points, ($n \geq 2$) then prove that $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$.

G என்பது ' n ' முனைகள் ($n \geq 2$) கொண்ட ஒரு மரம் எனில் $f(G, \lambda) = \lambda(\lambda - 1)^{n-1}$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a tournament is strong iff it has a spanning cycle.

ஒரு போட்டி வலிமையாவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அது ஒரு பரவல் சுற்றை பெற்றிருப்பதாகும் என நிறுவுக.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Explain different graph operations with examples.

பல்வேறு வரைபு செயலிகளை எடுத்துக்காட்டுடன் விவரி.

17. If G is a graph with $p \geq 3$ vertices and $\delta \geq \frac{p}{2}$, then prove that G is a Hamiltonian graph.

p முனைகள் $p \geq 3$ கொண்ட வரைபு G மற்றும் $\delta \geq \frac{p}{2}$ எனில் G ஒரு ஹேமில்டன் வரைபு என நிறுவுக.

18. State and prove the characterization of trees.

மரங்களின் சரிநிகர் சமானங்களைக் கூறி நிறுவுக.

19. State and prove five color theorem.

ஐந்து வண்ணத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

20. Prove that a weak digraph D is Eulerian iff every point of D has equal indegree and out degree.

ஒரு நலிந்த திசை கோட்டுரு D ஆனகு ஆய்லரியன் ஆவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை D ன் ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் அகப்படியும் புறப்படியும் சமமாக இருத்தல் ஆகும் என நிறுவுக.

F-2479

Sub. Code

7BMAE1B

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

Elective – SPECIAL FUNCTIONS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define radius of convergence.

குவியாரம் வரையறு.

2. Write the Taylor's series expansion of $f(x)$. $f(x)$ -ன் டெய்லர் தொடர் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

3. Define an ordinary point.

ஒரு சாதாரண புள்ளியை வரையறு.

4. Find the irregular singular point of

$$x^3 (1-x)^2 y'' - 2x^2 (1-x) y' + 3y = 0.$$

ஒழுங்கற்ற ஒருமை புள்ளியை காண்க.

$$x^3 (1-x)^2 y'' - 2x^2 (1-x) y' + 3y = 0$$

5. Bessel's equation - Define.

பெஸ்ஸலின் சமன்பாடு - வரையறு.

6. Write $J, (x)$.
 $J, (x)$ -ஐ எழுதுக.
7. Define Hermite polynomial.
 ஹெர்மைட் பல்லுறுப்பு கோவையை வரையறு.
8. Define Laguerre polynomial.
 லாகூர் பல்லுறுப்பு கோவையை வரையறு.
9. Define $P_n (x)$.
 $P_n (x)$ -ஐ வரையறு.
10. Define Legendre equation.
 லெஜென்டர் சமன்பாட்டை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing other (a) or (b).

11. (a) Discuss the convergence and divergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} [n! (x-a)^n] / [(\alpha+1)(\alpha+2) \dots \alpha+n]$.

குவிதல் விரிதல் குறித்ததை பின்வரும் தொடருக்கு விவாதி.

$$\sum_{n=1}^{\infty} [n! (x-a)^n] / [(\alpha+1)(\alpha+2) \dots \alpha+n]$$

Or

- (b) Find the recursion formula of $x^3 y'' + y = 0$.

 $x^3 y'' + y = 0$ -வின் மீள்வரு சாத்திரம் காண்க.

12. (a) Explain the method of Frobenius.

ஃப்ரோபீனியஸ் முறையை விளக்குக.

Or

- (b) Find the general solution of $x^4 y'' + 2x^3 y' + y = 0$.

$x^4 y'' + 2x^3 y' + y = 0$ -வின் பொது தீர்வை காண்க.

13. (a) Show that $[x^p J_p(x)]' = x^p J_{p-1}(x)$.

$[x^p J_p(x)]' = x^p J_{p-1}(x)$ என காட்டுக.

Or

- (b) Show that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$.

$J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ என காட்டுக.

14. (a) Show that $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$.

$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ என காட்டுக.

Or

- (b) Find the recursion formula for Hermite equation.

ஹெர்மைட் சமன்பாட்டின் மீள்வரு சரித்திரம் காண்க.

15. (a) Show that $P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$ and $P_1(x) = 1$.

$P_2(x) = (3x^2 - 1)/2$ மற்றும் $P_1(x) = 1$ என காட்டுக.

Or

- (b) $\int_{-1}^1 P_n^2(x) dx = \frac{2}{2n+1}$ - Prove.

$\int_{-1}^1 P_n^2(x) dx = \frac{2}{2n+1}$ - நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve using power series method
- $y'' - y = 0$
- .

 $y'' - y = 0$ -வின் தீர்வை அடுக்கு தொடரை கொண்டு தீர்க்க.

17. Solve Using Frobenius method.

$$x^2 y'' + (x^2 + x)y' - y = 0.$$

ஃப்ரோபீனியஸ் முறை கொண்டு தீர்க்க.

$$x^2 y'' + (x^2 + x)y' - y = 0$$

18. Obtain the solution of Bessel equation.

பெஸ்ஸல் சமன்பாட்டின் தீர்வை தருவி.

19. State and prove the orthogonal property of Hermite polynomials.

ஹெர்மைட் பல்லுறுப்பு கோவையின் செங்குத்து பண்பை கூறி நிறுவுக.

20. For Legendre polynomial
- P_n
- and
- P_m
- prove that

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) P_m(x) dx = 0 \text{ if } m \neq n.$$

 P_n மற்றும் P_m லெஜன்டர் பல்லுறுப்பு கோவைகள் எனில்

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) P_m(x) dx = 0 \text{ என நிறுவுக இங்கு } m \neq n.$$

F-2480

Sub. Code

7BMAE2A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019

Fifth Semester

Mathematics

Elective – NUMERICAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Write Newton Raphson formula.

நியூட்டன்-ராப்சன் சூத்திரத்தை எழுது.

2. Define transcendental equation with example.

அதிஇயல் சமன்பாட்டினை வரையறுத்து எடுத்துக்காட்டு தருக.

3. Prove that $\mu^2 = \frac{1}{4}(\delta^2 + 4)$

நிரூபிக்க $\mu^2 = \frac{1}{4}(\delta^2 + 4)$

4. Write Newton's forward difference formula

நியூட்டனின் முன்னோக்கிய வேறுபாட்டு இடைசெருகல் சூத்திரத்தை காண்க.

5. Write simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

சிம்சனின் $\frac{1}{3}$ விதியினை எழுது.

6. What are two types of errors in numerical differentiation?

எண்வழி தொகை காணல் வகையிடலில் ஏற்படும் இரண்டு பிழைகள் யாவை?

7. Define Gauss elimination method.

காஸ் நீக்கல் முறையை வரையறு.

8. Write the multipliers for the first stage of elimination?

முதல் நிலை நீக்கலுக்கு உள்ள பெருக்கிகளை எழுதுக.

9. Write the general Euler's formula.

ஆய்லரின் பொதுவான சூத்திரத்தை எழுது.

10. What is the advantages of Runge – kutta methods.

ரங்கே-குட்டா முறைகளின் நன்மை என்ன?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b)

11. (a) Find a real root of the equation $x^3 - x - 1 = 0$ by Bisection method.

இருசமக் கூறிடல் முறையின் மூலம் $x^3 - x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மெய்யான மூலத்தை காண்க.

Or

(b) Use the iterative method to find a real root of the equation $\sin x = 10(x-1)$ correct to three decimal places.

$\sin x = 10(x-1)$ என்ற சமன்பாட்டினுடைய மெய்யான மூலத்தை மூன்று தசமபுள்ளிகள் திருத்தமாக மறுசெய்கை முறையை பயன்படுத்தி காண்க.

12. (a) Certain corresponding values of x and $\log_{10} x$ are (300, 2.4771), (304, 2.4829) (305, 2.4843) and (307, 2.4871) find $\log_{10} 301$

(300, 2.4771), (304, 2.4829) (305, 2.4843) மற்றும் (307, 2.4871) ஆகியவை x மற்றும் $\log_{10} x$ -ன் மதிப்புகள் ஆகும் $\log_{10} 301$ - ன் மதிப்பு காண்.

Or

- (b) Using the method of separation of symbols show that

$$\Delta^n u_{x-n} = u_x - nu_{x-1} + \frac{n(n-1)}{2} u_{x-2} + \dots + (-1)^n u_{x-n}.$$

குறியீடுகளை வெவ்வேறாக்கல் முறைப்படி

$$\Delta^n u_{x-n} = u_x - nu_{x-1} + \frac{n(n-1)}{2} u_{x-2} + \dots + (-1)^n u_{x-n}$$

என காண்க.

13. (a) Derive Trapezoidal rule.

கோடகம் சரிவக விதியினை தருவி.

Or

- (b) From the following table of value of x and y find

$$\frac{dy}{dx} \text{ for } x = 1.2$$

x : 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 2.2

y : 2.7183 3.3201 4.0552 4.9530 6.0496 7.3891 9.0250

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் உள்ள x மற்றும் y

மதிப்புகளிலிருந்து $x = 1.2$ -ல் $\frac{dy}{dx}$ காண்க

x : 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 2.2

y : 2.7183 3.3201 4.0552 4.9530 6.0496 7.3891 9.0250

14. (a) Solve by Gause elimination method

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

Or

- (b) Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

அணியின் எதிர்மாறு காண்க

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

15. (a) From the Taylor series for $y(x)$, find $y(0.1)$ correct to four decimal places if $y' = x - y^2$ and $y(0) = 1$.

டெய்லரின் $y(x)$ க்கான தொடரிலிருந்து நான்கு தசம புள்ளிகள் திருத்தமாக $y(0.1)$ காண்க.

$$y' = x - y^2 \text{ மற்றும் } y(0) = 1$$

Or

- (b) Solve $y' + y = e^x$, $y(0) = 0$ by Picard's method

பிக்கார்ட்ஸ் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$y' + y = e^x, y(0) = 0$$

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Using Newton's Raphson method, find the root between 0 and 1 of $x^3 - 6x + 4 = 0$ correct to four decimal places.

நியூட்டனின் முறையை பயன்படுத்தி, 0 மற்றும் 1-ற்கு இடைப்பட்ட மூலத்தை நான்கு தசம புள்ளிகள் திருத்தமாக $x^3 - 6x + 4 = 0$ -ற்கு காண்க

17. The population of a town is as follows.

Year x : 1941 1951 1961 1971 1981 1991

Population is lakhs y : 20 24 29 36 46 51

Estimate the population increase in the year 1946 and 1976

ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை சரியான முறையில் கணக்கிடப்பட்டு பின்வருமாறு அட்டவணை படுத்தப்பட்டுள்ளது 1946 மற்றும் 1976 னுடைய மக்கள் தொகை காண்க.

வருடம் x : 1941 1951 1961 1971 1981 1991

மக்கள் தொகை (ஆயிரத்தில்) y : 20 24 29 36 46 51

18. Evaluate $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ by simpson's 1/3 and 3/8 rules

சிம்சனின் 1/3 மற்றும் 3/8 விதிகளை பயன்படுத்தி

$I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ -னை மதிப்பிடுக

19. Solve the system by Gauss –seidal method.

$$6x + y + z = 20$$

$$x + 4y - z = 6$$

$$x - y + 5z = 7$$

காஸ் சீடல் முறையினை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$6x + y + z = 20$$

$$x + 4y - z = 6$$

$$x - y + 5z = 7$$

20. Apply the fourth order Runge–Kutta method to find $y(0.2)$ given that $y' = x + y$, $y(0) = 1$

4-ன் வரிசை ரங்கே-குட்டா முறையை பயன்படுத்தி $y(0.2)$ வினை $y' = x + y$, $y(0) = 1$ -ற்கு காண்க.
