

F-5941

Sub. Code

7BMA1C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

First Semester

Mathematics

CALCULUS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Find the n^{th} derivative of $x^3 e^{ax}$.

$x^3 e^{ax}$ -ன் n ஆவது வகையீடு காண்க.

2. State Leibnitz formula.

லிபினிட்ஸின் சூத்திரத்தைக் கூறுக.

3. Write the formula for radius of curvature in polar coordinates.

போலார் ஆயதொலைகளில் வளைவு ஆரத்திற்கான சூத்திரத்தை எழுதுக.

4. Define : Asymptote.

வரையறு : கந்தழித் தொடுகோடு.

5. State any two properties of definite integral.

வரையறுத்த தொகையீட்டின் ஏதேனும் இரு பண்புகளை எழுதுக.

6. Write Bernoulli's formula.

ஃபெர்னொவ்லியின் சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Evaluate : $\int_0^a \int_0^b xy^3 dy dx$.

மதிப்பிடுக : $\int_0^a \int_0^b xy^3 dy dx$.

8. Define : Jacobian.

வரையறு : ஜேக்கோபியன்.

9. Define : Beta function.

வரையறு : பீட்டா சார்பு.

10. Prove : $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

நிறுவுக : $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the radius of curvature to the curve $9y^2 - 4x^2 = 5$ at (1, 1).

வளைவரை $9y^2 - 4x^2 = 5$ -ற்கு (1, 1) -ல் வளைவு ஆரம் காண்க.

Or

(b) Find the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$.

பரவளையம் $y^2 = 4ax$ -ன் அலர்வரை காண்க.

12. (a) Show that the radius of curvature at any point of the catenary $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ is $\frac{y^2}{c}$.

$y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ என்ற சங்கிலியத்திற்கு ஏதேனும் ஒரு

புள்ளியில் வளைவு ஆரம் $\frac{y^2}{c}$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) Find the asymptotes of the curve $x = \frac{t^2 + 1}{t^2 - 1}$,

$$y = \frac{t^2}{t - 1}.$$

$x = \frac{t^2 + 1}{t^2 - 1}$, $y = \frac{t^2}{t - 1}$ என்ற வளைவரையின் கந்தழித்

தொடுகோடுகளைக் காண்க.

13. (a) Prove : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} = \frac{\pi}{4}$.

நிறுவுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} = \frac{\pi}{4}$.

Or

(b) Evaluate : $\int x^4 \sin 2x dx$.

மதிப்பிடுக : $\int x^4 \sin 2x dx$.

14. (a) Evaluate $\iint_D x^2 y^2 dx dy$ where D is the circular disc $x^2 + y^2 \leq 1$.

$\iint_D x^2 y^2 dx dy$ -ஐ மதிப்பிடுக இதில் D என்பது $x^2 + y^2 \leq 1$ என்ற வட்டத் தட்டு.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$.

மதிப்பிடுக : $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$.

15. (a) Prove : $\int_0^{\infty} \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}} dx = 0$.

நிறுவுக : $\int_0^{\infty} \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}} dx = 0$.

Or

(b) Prove : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cos^n x dx = \frac{1}{2} \beta\left(\frac{m+1}{2}, \frac{n+1}{2}\right)$.

நிறுவுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cos^n x dx = \frac{1}{2} \beta\left(\frac{m+1}{2}, \frac{n+1}{2}\right)$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $y = \cos(m \sin^{-1} x)$ prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$.

$y = \cos(m \sin^{-1} x)$ எனில் $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ என நிறுவுக.

17. Find all the asymptotes of the curve $x^3 - xy^2 + 6y^2 = 0$.

$x^3 - xy^2 + 6y^2 = 0$ என்ற வளைவரையின் அனைத்து கந்தழித் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

18. (a) Derive the reduction formula for $\int x^n \cos ax \, dx$.

- (b) Find the formula for $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$.

(அ) $\int x^n \cos ax \, dx$ ன் குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டைத் தருவி.

(ஆ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$ ன் சூத்திரத்தைக் காண்க.

19. By changing order of integration evaluate

வரிசை மாற்றித் தொகையிட்டு மதிப்பு காண்க

$$\int_0^3 \int_1^{\sqrt{4-y}} (x+y) dx dy$$

20. Prove : $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

நிறுவுக : $\beta(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

F-5942

Sub. Code

7BMA1C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

First Semester

Mathematics

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. State Binomial theorem.

ஈருறுப்புத் தேற்றத்தை கூறுக.

2. Prove that : $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

நிறுவுக : $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

3. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ find

the value of $\sum \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)$.

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ -ன் மூலங்கள்

எனில் $\sum \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

4. State Newton's theorem.

நியூட்டனின் தேற்றத்தை எழுதுக.

5. Define a triple root.

ஒரு மும்மடி மூலத்தை வரையறு.

6. State Rolle's theorem.

ரோலின் தேற்றத்தை எழுதுக.

7. Find all the values of $(-1)^{1/4}$.

$(-1)^{1/4}$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.

8. Expand $\sin \theta$ in terms of θ .

$\sin \theta$ -வை θ -வின் உறுப்புகளாக விரித்து எழுதுக.

9. Prove that : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

நிறுவக : $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

10. Prove that : $i^i = e^{-\frac{(4n+1)\pi}{2}}$.

நிறுவக : $i^i = e^{-\frac{(4n+1)\pi}{2}}$.

Part B**(5 × 5 = 25)**Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Sum the series $\frac{3}{18} + \frac{3.7}{18.24} + \frac{3.7.11}{18.24.30} + \dots$ to ∞ .

$$\frac{3}{18} + \frac{3.7}{18.24} + \frac{3.7.11}{18.24.30} + \dots \infty \text{ -தொடரின் கூடுதல் காண்க.}$$

Or

- (b) Prove that : $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$.

$$\text{நிறுவக : } \log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}.$$

12. (a) Solve the equation $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$, given that the roots are in arithmetic progression.

$4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ -ன் மூலங்கள் கூட்டு விருத்தியில் இருக்குமெனில் அந்த சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

Or

- (b) Increase the roots of the equation

$$3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0 \text{ by } 7.$$

$3x^4 + 7x^3 - 15x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 7-ஆல் அதிகரிக்க.

13. (a) Prove that the equation $x^3 - 3qx + 2r = 0$ has a double root if $q^3 = r^2$.

$q^3 = r^2$ எனில் $x^3 - 3qx + 2r = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு இரட்டை மூலம் உண்டு என நிறுவுக .

Or

- (b) Find the root of the equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ which lies between 1 and 2 by Newton's method.

1 மற்றும் 2-ற்கு இடையில் $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தை நியூட்டன் முறையில் காண்க.

14. (a) Solve completely $x^6 - 4x^3 + 8 = 0$.

$x^6 - 4x^3 + 8 = 0$ -ஐ முழுமையாக தீர்க்க.

Or

- (b) Find approximately the value of θ in radians if

$$\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{863}{864}.$$

$$\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{863}{864} \quad \text{எனில் } \theta \text{-ன் மதிப்பை ரேடியனின்}$$

தோராயமாகக் காண்க.

15. (a) Prove that : $\frac{1 + \tanh x}{1 - \tanh x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

நிறுவுக : $\frac{1 + \tanh x}{1 - \tanh x} = \cosh 2x + \sinh 2x$.

Or

(b) If $i^{a+ib} = a + ib$ prove that $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b}$.

$i^{a+ib} = a + ib$ எனில் $a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b}$ என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that :

$$\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2 \cdot 3(n+1)^2} - \frac{1}{3 \cdot 4(n+1)^3} - \dots$$

நிறுவுக :

$$\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2 \cdot 3(n+1)^2} - \frac{1}{3 \cdot 4(n+1)^3} - \dots$$

17. Solve : $6x^5 + 11x^4 - 35x^3 + 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

தீர்க்க : $6x^5 + 11x^4 - 35x^3 + 33x^2 + 11x + 6 = 0$.

18. Find the positive root of $x^3 - x - 3 = 0$ correct to two decimal places by Horner's method.

$x^3 - x - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தை இரண்டு தசமங்களுக்கு ஹார்னரின் முறையில் காண்க.

19. Expand $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ in a series of sines of multiples of θ .

$\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ -வை சைன்களின் θ -வின் மடங்கில் விரிக்க.

20. If $\tan(\theta + i\phi) = \cos \alpha + i \sin \alpha$, prove that $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ and

$$\phi = \frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right).$$

$\tan(\theta + i\phi) = \cos \alpha + i \sin \alpha$ எனில், $\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ மற்றும்

$$\phi = \frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \text{ என நிறுவுக.}$$

F-5943

Sub. Code

7BMA2C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Second Semester

Mathematics

**ANALYTICAL GEOMETRY OF 3D AND VECTOR
CALCULUS**

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define direction cosines of a line.
கோட்டின் திசைக்கொசைன்களை வரையறு.
2. What are the different forms of equation of a straight line in space?
வெளியில் நேர்கோட்டின் வெவ்வேறு சமன்பாடுகள் என்ன?
3. Define skew lines.
கோட்ட கோடுகளை வரையறு.
4. What is the definition of tangent line of the surface?
பரப்பின் தொடுகோட்டின் வரையறை என்ன?
5. What is the definition of cone?
கூம்பின் வரையறை என்ன?

6. What is the definition of cylinder?

உருளையின் வரையறை என்ன?

7. Define dot product of two vectors.

வெக்டர்களின் புள்ளி பெருக்கலை வரையறு.

8. What is the solenoidal condition in vectors?

வெக்டர்களின் பாய்வற்ற நிபந்தனை என்ன?

9. Define the line integral of f over C .

C -ன் மீது f -ன் கோட்டுத்தொகை வரையறு.

10. State Gauss divergence theorem.

காலின் பாய்வு தேற்றத்தை கூறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the equation of the plane through (2, 3, -4) and (1, -1, 3) and parallel to the x -axis.

(2, 3, -4) மற்றும் (1, -1, 3) -ன் வழியாக செல்லும் மற்றும் x -அச்சுக்கு இணையான தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Or

(b) Find in symmetry form the equation of the line given by $x + 5y - z = 7$; $2x - 5y + 3z + 1 = 0$.

கோட்டின் சமன்பாடுகளை சமச்சீர் வடிவில் காண்க.

$x + 5y - z = 7$; $2x - 5y + 3z + 1 = 0$

12. (a) Show that the lines $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ and $\frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{23} = \frac{z-7}{2}$ are coplanar and find the equation of the plane containing them.

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{x-5}{2} = \frac{y-8}{23} = \frac{z-7}{2}$$

என்பன ஒருதள கோடுகள் என காட்டுக. மேலும் அவை உடைய தளத்தை காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the sphere passing through the points $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$.

$(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ வழியாக செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

13. (a) Find the equation of the right circular cone with vertex at $(2, -1, 4)$ the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$ as the axis and semi vertical angle $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$.

அரை நேர்கோணம் $\cos^{-1}\left(\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$, அச்ச $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$

மற்றும் முனை $(2, -1, 4)$ கொண்ட நேர்வட்ட கூம்பை காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ and whose guiding curves is the ellipse $x^2 + 2y^2 = 1$ and $z = 0$.

வழிகாட்டும் நீள் வட்டம் $x^2 + 2y^2 = 1$ மற்றும் $z = 0$ கொண்ட உருளையின் சமன்பாட்டை காண்க. அதன் உருவாக்கிகள் கோடு $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ க்கு இணையானது.

14. (a) Find the unit normal to the surface $x^3 - xyz + z^3 = 1$ at $(1, 1, 1)$.

பரப்பு $x^3 - xyz + z^3 = 1$ -ன் செங்குத்து அலகை $(1, 1, 1)$ ல் காண்க.

Or

- (b) Prove that $\text{div}(r^n \vec{r}) = (n + 3)r^n$. Deduce that $r^n \vec{r}$ is solenoidal iff $n = -3$.

$\text{div}(r^n \vec{r}) = (n + 3)r^n$ என நிறுவுக. மேலும் $r^n \vec{r}$ பாய்வற்றது $\Leftrightarrow n = -3$ என்பதை தருவி.

15. (a) Find the work done by the force $\vec{F} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ along the curve C , $x = t^2 + 1$, $y = 2t^2$, $z = t^3$ from $t = 1$ to $t = 2$.

C எனும் விளைவு $x = t^2 + 1$, $y = 2t^2$, $z = t^3$ எனில் விசை செய்த வேலையை $\vec{F} = 3xy\vec{i} - 5z\vec{j} + 10x\vec{k}$ க்கு $t = 1$ முதல் $t = 2$ க்கு காண்க.

Or

(b) Evaluate $\int_c (e^x dx + 2y dy - dz)$ by using theorem

where C is the curve $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$.

$\int_c (e^x dx + 2y dy - dz)$ மதிப்பு காண்க. இங்கு C என்பது

$x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ எனும் விளைவு.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3}$ where the line makes an angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the four diagonals of a cube.

$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3}$ என காட்டுக இங்கு

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன கோட்டுக்கும் மூலைவிட்டத்துக்கும் இடையிலான கோணம்.

17. A sphere touches the plane $x - 2y - 2z - 7 = 0$ at $(3, -1, -1)$ and passes through $(1, 1, -3)$. Find its equation.

$(1, 1, -3)$ வழியாக செல்லும் மற்றும் தளம் $x - 2y - 2z - 7 = 0$ வை $(3, -1, -1)$ ல் தொடும் கோளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

18. Derive the equation of the cylinder.

உருளையின் சமன்பாட்டை தருவி.

19. Find the angle between the surface $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ at $(4 - 3, 2)$.

பரப்புகள் $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ மற்றும்

$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ இடையிலான கோணத்தை $(4 - 3, 2)$ ல் காண்க.

20. Verify stokes theorem for $\vec{f} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ in the rectangular region $x = 0, y = 0, x = a, y = b$.

$\vec{f} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ க்கு செவ்வகம் $x = 0, y = 0, x = a, y = b$ -இல் ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

F-5944

Sub. Code
7BMA2C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Second Semester

Mathematics

SEQUENCES AND SERIES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Monotonic sequence.
ஒருபோக்கு தொடரை வரையறு.
2. Define the limit of sequence with example.
தொடரின் எல்லையை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
3. Define subsequence with example.
உட்தொடரை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
4. Define limit point of the sequence (a_n) .
தொடர் (a_n) -ன் எல்லை புள்ளியை வரையறு.

5. Test the convergence of the series $\sum \frac{n!}{n^n}$.

$\sum \frac{n!}{n^n}$ -ன் ஒழுங்குதலை சோதிக்கவும்.

6. State Cauchy's integral test.

காஷியின் தொகை சோதனையை கூறு.

7. Define alternating series.

ஒன்றுவிட்ட வரிசையை வரையறு.

8. State Abel's test.

ஏபலின் சோதனையை கூறு.

9. Prove that $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{3}{4}S$, if $S = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$

$S = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$ எனில் $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{3}{4}S$,

10. Give an example of Cauchy product.

காஷி பெருக்கலை எடுத்துக்காட்டு தருக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that any sequence (a_n) diverging to ∞ is bounded below but not bounded above.

எந்த ஒரு ∞ க்கு விரியும் தொடர் (a_n) -ம் மேல் வரம்புடையது அல்ல ஆனால் கீழ் வரம்புடையது என நிறுவுக.

Or

2

F-5944

(b) If $(a_n) \rightarrow a$ and $(b_n) \rightarrow b$ prove that $(a_n b_n) \rightarrow ab$.

$(a_n) \rightarrow a$ மற்றும் $(b_n) \rightarrow b$ எனில் $(a_n b_n) \rightarrow ab$ என நிறுவுக.

12. (a) Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ என காட்டுக.

Or

(b) Prove that any Cauchy sequence is a bounded sequence.

எந்த ஒரு காஷி தொடரும் வரம்பு தொடராகும் என நிறுவுக.

13. (a) Test the convergence of the series $\sum \frac{2^n n!}{n^n}$ by

D'Alembert's ratio test.

$\sum \frac{2^n n!}{n^n}$ -ன் ஒருங்குதலை டி'அலம்பர்ட்ஸ் விகித

சோதனையை கொண்டு சோதிக்க.

Or

(b) Discuss the convergence of the series $\sum \frac{1}{n(\log n)}$

using Cauchy's test.

காஷியின் சோதனையை கொண்டு $\sum \frac{1}{n(\log n)}$ -ன்

ஒருங்குதலை விவாதி.

14. (a) State and prove Leibnitz's test.

லிபினிட்ஸின் சோதனையை கூறி நிறுவு.

Or

(b) Discuss the convergence of the series

$$\sum \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) \frac{(\sin n\theta)}{n}.$$

தொடர் $\sum \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) \frac{(\sin n\theta)}{n}$ -ன் ஒருங்குதலை

விவாதி.

15. (a) If the series $\sum a_n$ and $\sum b_n$ converge to the sums a and b respectively and if both the series converge absolutely, prove that Cauchy product $\sum C_n$ converges absolutely and has the sum ab .

தொடர்கள் $\sum a_n$ மற்றும் $\sum b_n$ ஆனது a , b க்கு தனித்து

ஒருங்கும் எனில் அதன் காஷி பெருக்கல் $\sum C_n$ ம் ab க்கு

தனித்து ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the sum of an absolutely convergent series is unaltered by any rearrangement of its terms.

உறுப்புகளை மாற்றி அமைப்பதால் தனித்த ஒருங்கும் வரிசையின் கூடுதல் மாறாது என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $a_n \rightarrow a$ and $a_n \neq 0$ for all n . Prove that $\left(\frac{1}{a_n}\right) \rightarrow \frac{1}{a}$.

$a_n \rightarrow a$ மற்றும் $a_n \neq 0 \forall n$ எனில் $\left(\frac{1}{a_n}\right) \rightarrow \frac{1}{a}$ என நிறுவுக.

17. Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\log n}{n^p}\right) = 0$, if $p > 0$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\log n}{n^p}\right) = 0$, $p > 0$ எனில் என காட்டுக.

18. Test the convergence by Gauss test.

$$1 + \frac{\alpha \beta}{\gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1) \beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)2!} x^2 + \dots$$

காலின் சோதனை கொண்டு ஒரு பங்குதலை சோதிக்க

$$1 + \frac{\alpha \beta}{\gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1) \beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)2!} x^2 + \dots$$

19. Show that the series converges for all values of θ .

$$\sum \frac{\sin n\theta}{n}$$

θ -ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் தொடர் ஒருங்கும் என காட்டுக.

$$\sum \frac{\sin n\theta}{n}$$

20. State and prove Merten's theorem.

மெர்ட்டனின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

F-5945

Sub. Code

7BMA3C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Third Semester

Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define symmetric Group of degree n .

n வரிசை சமச்சீர் குலத்தை வரையறு.

2. Show that $(z,+)$ is a group.

$(z,+)$ ஒரு குலம் என காட்டுக.

3. Define cyclic subgroup.

சக்கரக்குலம்- வரையறு.

4. Define order of an element.

உறுப்பின் வரிசை எண்ணை வரையறு.

5. Define quotient group of G modulo N .

G மட்டு N ஈவுக்குலத்தை வரையறு.

6. Define homomorphism.

செயல்மாரு கோர்த்தலை வரையறு.

7. Define Ring.

வளையத்தை வரையறு.

8. What is an integral domain?

எண் அரங்கம் என்றால் என்ன?

9. Give an example of prime ideal.

பகா சீர் வளையத்துக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

10. Define Euclidean domain.

யூக்ளிடியன் அரங்கம் – வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions.

11. (a) Prove that the set of all 2×2 non singular matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ where $a, b, c, d \in R$ is a group under matrix multiplication.

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $a, b, c, d \in R$ எனும் 2×2 ஒருமை அணிகளின் கணம் அணி பெருக்கலை பொறுத்து குலம் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that A_n is a group containing $\frac{n!}{2}$ permutations.

A_n என்பது $\frac{n!}{2}$ வரிசைமாற்றங்களை கொண்ட குலம் என நிறுவுக.

12. (a) Prove that a subgroup of cyclic group is cyclic.

சக்கர குலத்தின் உட்குலமும் சக்கரக்குலம் என காட்டுக.

Or

(b) Prove that any two left cosets of H are either identical or disjoint where H is a subgroup.

எந்த இரு H -ன் இடது துணைக்கணங்களும் சமமாக இருக்கும் அல்லது பொது உறுப்பற்றது என நிறுவுக. இங்கு H என்பது உட்குலம்.

13. (a) Prove that HN is a subgroup of G where H is a subgroup of G and N is a normal subgroup of G .

H என்பது G -யின் உட்குலம் மற்றும் N என்பது G -யின் நேர்மை உட்குலம் எனில் HN ஒரு உட்குலம் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that any finite cyclic group of order n is isomorphic to $(z_n, +)$.

வரிசை n ஐ கொண்ட எந்த முடிவுள்ள கணமும் $(z_n, +)$ ம் இயல்மாறுதலை என நிறுவுக.

14. (a) Prove that any field F is an integral domain.

எந்த ஒரு களம் F -ம் ஒரு எண் அரங்கம் ஆகும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the only ideals of F are $\{0\}$ and F where F is any field.

F ஒரு களம் எனில் F -ன் ஒரே சீர்வளையம் $\{0\}$ மற்றும் F என நிறுவுக.

15. (a) Prove that P is a prime ideal if R/P is an integral domain.

P என்பது பகா சீர்வளையம் $\Leftrightarrow R/P$ ஒரு எண் அரங்கம் என நிறுவுக.

Of

- (b) Prove that ' a ' is a unit in R iff $d(a) = d(c)$ where c is a nonzero element of an Euclidean domain R .

a ஆனது R -ன் அலகு $\Leftrightarrow d(a) = d(c)$, c என்பது யூக்ளிட் அரங்கம் R -ன் பூஜ்யமற்ற உருப்பு என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that any permutation can be expressed as a product of disjoint cycles.

எந்த ஒரு வரிசைமாற்றத்தையும் பொது உறுப்பற்ற வட்டங்களின் பெருக்கலாக எழுதலாம் என நிறுவுக.

17. State and Prove Lagrange's theorem.

லக்ராண்ஜின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

18. State and Prove Fundamental theorem of Homomorphism in groups.

குலங்களின் செயல்மாரு கோர்த்தலின் அடிப்படை தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

19. Show that an ideal M of R is maximal if R/M is a field where R is a commutative ring with identity.

R -ன் சீர்வளையம் M மீப்பெரு வளையம் $\Leftrightarrow R/M$ ஒரு களம், R ஒரு சமனி உறுப்பை உடைய பரிமாற்று வளையம் என நிறுவுக.

20. Let R and R' be rings and $f:G \rightarrow G'$ be an isomorphism prove that

(a) R is commutative $\Rightarrow R'$ is commutative

(b) R is ring with identity $\Rightarrow R'$ is a ring with identity

(c) R is an integral domain $\Rightarrow R'$ is an integral domain

(d) R is a field $\Rightarrow R'$ is a field.

R மற்றும் R' வளையங்கள், $f:G \rightarrow G'$ இயல்மாரு கோர்த்தல்
எனில் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக

(அ) R பரிமாற்று வளையம் $\Rightarrow R'$ -ம் பரிமாற்று வளையம்

(ஆ) R சமனி உறுப்பை உடைய வளையம் $\Rightarrow R'$ -ம் சமனி
உறுப்பை உடைய பரிமாற்று வளையம்

(இ) R ஒரு எண் அரங்கம் $\Rightarrow R'$ -ம் எண் அரங்கம்.

(ஈ) R ஒரு களம் $\Rightarrow R'$ -ம் களம்.

F-5946

Sub. Code

7BMA3C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Third Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ITS APPLICATIONS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Solve : $xp^2 - 2py + x = 0$.

தீர்க்க : $xp^2 - 2py + x = 0$.

2. Find the particular integrals of $(D^2 - 4)y = e^{2x} + e^{-4x}$.

$(D^2 - 4)y = e^{2x} + e^{-4x}$ ன் சிறப்புத் தொகைகளைக் காண்க.

3. Find the C.F of $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - 5y = \sin(\log x)$.

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - 5y = \sin(\log x)$ -ன் நிரப்புச் சார்பைக் காண்க.

4. Solve : $\frac{xdx}{y^2z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$.

தீர்க்க : $\frac{xdx}{y^2z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$.

5. Solve : $y_2 - 4xy_1 + (4x^2 - 3)y = 0$.
 தீர்க்க : $y_2 - 4xy_1 + (4x^2 - 3)y = 0$.
6. Write the condition of integrability of $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.
 $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ ற்கான தொகையீட்டின் நிபந்தனையை எழுதுக.
7. Define : singular integral.
 வரையறு : தனித் தொகையீடு.
8. Solve : $z = px + qy + pq$.
 தீர்க்க : $z = px + qy + pq$.
9. What is a trajectory?
 எறிவுவரை என்றால் என்ன?
10. Find the orthogonal trajectory of $x^2 + y^2 = Q^2$.
 $x^2 + y^2 = Q^2$ -ன் செங்குத்து எறிவு வரையைக் காண்க.

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Write the rules for finding integrating factors.
 தொகையீட்டுக் காரணிகள் காணும் விதிகளை எழுதுக.
- Or
- (b) Solve : $xyp^2 + p(3x^2 - 2y^2) - 6xy = 0$.
 தீர்க்க : $xyp^2 + p(3x^2 - 2y^2) - 6xy = 0$.
12. (a) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$.
 தீர்க்க : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = e^x$.

Or

(b) Solve : $\frac{dx}{-y^2 - z^2} = \frac{dy}{xy} = \frac{dz}{xz}$.

தீர்க்க : $\frac{dx}{-y^2 - z^2} = \frac{dy}{xy} = \frac{dz}{xz}$.

13. (a) Solve the equation by reduction to normal form.

இயல் வடிவத்திற்கு குறைந்த சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(3x - 2) \frac{dy}{dx} + 3x(3x - 4)y = e^{3x}$$

Or

- (b) Solve $(1 + x^2)y_2 + xy_1 + 2y = 0$ by changing the independent variable.

சார்பற்ற மாறியை மாற்றி $(1 + x^2)y_2 + xy_1 + 2y = 0$ -ஐ தீர்க்க.

14. (a) Eliminate a and b from

(i) $2z = (ax + y)^2 + b$

(ii) $ax^2 + by^2 + z^2 = 1$.

(i) $2z = (ax + y)^2 + b$ மற்றும்

(ii) $ax^2 + by^2 + z^2 = 1$ இவற்றிலிருந்து a மற்றும் b ஐ நீக்குக.

Or

- (b) Solve : $z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$.

தீர்க்க : $z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$.

15. (a) Inside the earth, the force of gravity is proportional to the distance from the centre. If a hole be drilled from pole to pole and a stone is dropped in the hole, with what velocity will it reach the centre?

பூமிக்குள், அதன் புவி ஈர்ப்பு விசை மையத்திலிருந்து தூரத்தின் விகிதத்தில் உள்ளது. ஒரு பள்ளம் துருவத்திலிருந்து துருவம் வரை தோண்டப்பட்டு, ஒரு கல் அப்பள்ளத்தில் போடப்பட்டால், அது எந்தத் திசை வேகத்தில் மையத்தை அடையும்?

Or

- (b) Explain the tautochronous property of the cycloid.

உருள்வளையின் டாட்டோ ஃக்ரோனஸ் பண்பை விவரி.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve : $(D^2 + 3D + 2)y = (\sin x) + x^2$.

தீர்க்க : $(D^2 + 3D + 2)y = (\sin x) + x^2$.

17. Solve :

(a) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = e^t$ (b) $\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 1 + t^2$.

தீர்க்க : (அ) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = e^t$ (ஆ) $\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 1 + t^2$.

18. Verify the condition for integrability and solve

தொகையீட்டிற்கான நிபந்தனையை சரி பார்த்துத் தீர்க்க.

$$(5x^3y + 9xy^2 + 2y + 2z^2)dx + (x^4 + 6x^2y + x)dy + 2xz dz = 0$$

19. Solve using Charpits method :

சார்பிட்ஸ் முறையைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க.

$$xp^2 - ypq + y^3q - y^2z = 0$$

20. Discuss the solution of Brachisto – Chrono problem.

ஃப்ராசிஸ்ட்டோக்ரோன் கணக்கின் தீர்வை விவாதி.

F-5947

Sub. Code

7BMA4C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fourth Semester

Mathematics

TRANSFORM TECHNIQUES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Prove that : $L(\cos at) = \frac{s}{s^2 + a^2}$.

காண்க : $L(\cos at) = \frac{s}{s^2 + a^2}$.

2. Find : $L(t^2 e^{-3t})$.

காண் : $L(t^2 e^{-3t})$.

3. Find : $L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + k^2}\right)$.

நிறுவுக : $L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + k^2}\right)$.

4. Find : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s^2+a^2)}\right]$.

காண்க : $L^{-1}\left[\frac{1}{s(s^2+a^2)}\right]$.

5. Write the conditions for convergence of the Fourier expansion of $f(x)$.

$f(x)$ -ன் பூரியர் விரித்தல் ஒருங்குவதற்கான நிபந்தனையை எழுதுக.

6. Prove that $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ if $f(x)$ is an even function.

$f(x)$ என்பது இரட்டைச் சார்பு எனில் $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ என நிறுவுக.

7. State Fourier integral theorem.

பூரியர் தொகை தேற்றத்தை எழுதுக.

8. Prove that : $F\{e^{iax} f(x)\} = f(s+a)$ where $F(s) = F\{f(x)\}$.

$F(s) = F\{f(x)\}$ எனில் $F\{e^{iax} f(x)\} = f(s+a)$ என நிறுவுக.

9. Find : $Z[e^{at+b}]$.

காண்க : $Z[e^{at+b}]$.

10. Find : $Z[n^2]$.

காண்க : $Z[n^2]$.

Part B**(5 × 5 = 25)**Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find : $L(\sin^2 2t)$.

காண்க : $L(\sin^2 2t)$.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt$.

மதிப்பு காண்க : $\int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt$.

12. (a) Find : $L^{-1}\left[\frac{S}{(S^2 + a^2)^2}\right]$.

காண்க : $L^{-1}\left[\frac{S}{(S^2 + a^2)^2}\right]$.

Or

(b) Solve the equation $\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} - y = 0$ if $y(0) = 0$ and $y'(0) = 1$.

$y(0) = 0$ மற்றும் $y'(0) = 1$ எனில் $\frac{d^2y}{dt^2} + t\frac{dy}{dt} - y = 0$ எனும் சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

13. (a) If $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ expand $f(x)$ as Fourier series in the interval $-\pi$ to π .

$f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ எனில் $-\pi$ to π எனும் இடைவெளியில் $f(x)$ -ஐ பூரியர் தொடராக விரித்து எழுதுக.

Or

- (b) Find a sine series for $f(x) = c$ in the range 0 to π .

0 to π என்ற இடைவெளியில் $f(x) = c$ -ற்கு சைன் தொடர் காண்க.

14. (a) State and prove convolution theorem.

உட்பெருக்கல் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that : $F_c \{x f(x)\} = \frac{dF_s}{ds}$.

நிறுவுக : $F_c \{x f(x)\} = \frac{dF_s}{ds}$

15. (a) Prove that : $Z\left(\frac{1}{n}\right) = \log\left(\frac{z}{z-1}\right), |z| > 1, n > 0$.

நிறுவுக : $Z\left(\frac{1}{n}\right) = \log\left(\frac{z}{z-1}\right), |z| > 1, n > 0$.

Or

- (b) Find : $Z^{-1}\left[\frac{Z^2}{(z-a)(z-b)}\right]$.

காண்க : $Z^{-1}\left[\frac{Z^2}{(z-a)(z-b)}\right]$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. (a) Find : $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$.

(b) Evaluate : $\int_0^{\infty} te^{-3t} \cos t dt$.

(அ) காண்க : $L\left(\frac{\sin at}{t}\right)$.

(ஆ) மதிப்புக்காண்க : $\int_0^{\infty} te^{-3t} \cos t dt$.

17. Solve the equation $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = \sin t$ given that $y(0) = y'(0) = 0$ using laplace transform.

$y(0) = y'(0) = 0$ எனில் $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = \sin t$ என்ற

சமன்பாட்டை லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்.

18. Show that $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$ in the interval $(-\pi \leq x \leq \pi)$.

$(-\pi \leq x \leq \pi)$ என்ற இடைவெளியில் $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$

எனக் காட்டுக.

19. State and prove Parsival's identity.

பார்சிவல்ஸ் முற்றொருமையை கூறி நிறுவுக.

20. Find : $Z^{-1} \left[\frac{Z^2}{(z+2)(z^2+4)} \right]$.

காண்க : $Z^{-1} \left[\frac{Z^2}{(z+2)(z^2+4)} \right]$.

F-5948

Sub. Code

7BMA4C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fourth Semester

Mathematics

LINEAR ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Vector space with an example.
வெக்டர் வெளியை எடுத்துக்காட்டுடன் வரையறு.
2. Define Linear transformation.
ஒருபடி உருமாற்றத்தை வரையறு.
3. What is the definition of dimension ?
பரிமாணத்தின் வரையறை என்ன?
4. Define basis of the vector space.
வெக்டர் வெளியின் அடிக்கணத்தை வரையறு.
5. Define an inner product space.
உள்பெருக்கு வெளியை வரையறு.
6. What is orthonormal set?
செங்குத்து அலகு கணம் என்றால் என்ன?

7. Define transpose of the matrix.
அணியின் இடமாற்றத்தை வரையறு.
8. Define Hermitian matrix.
ஹெர்மீஷியன் அணியை வரையறு.
9. Define characteristic equation of matrix of A.
A யின் சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை வரையறு.
10. Define a Symmetric bilinear form.
சமச்சீர் இரு நேரியல் அமைப்பை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that $L(S)$ is a subspace of V .

$L(S)$ ஆனது V -ன் உள்வெளி என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $A \cap B = \{0\}$ iff every $v \in A + B$ can be uniquely expressed in the form $v = a + b$ where $a \in A$ and $b \in B$ where A and B are subspace of a vector space V .

$A \cap B = \{0\} \Leftrightarrow$ எந்த ஒரு $v \in A + B$ யும் $v = a + b$, $a \in A$, $b \in B$ என ஒரே முறையில் எழுதலாம் என நிறுவுக. இங்கு A மற்றும் B என்பன V எனும் வெக்டர் வெளியின் உள்வெளிகள்.

12. (a) Prove that the subset of a linearly independent set is linearly independent.

ஒருபடி சாராத கணத்தின் உட்கணமும் ஒருபடி சாராதது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $\dim V = \text{rank } T + \text{nullity } T$.

$\dim V = \text{rank } T + \text{nullity } T$ என நிறுவுக.

13. (a) Prove that $L(V, W)$ is a vector space of dimension ' mn ' over F .

$L(V, W)$ என்பது F -ன் மீது பரிமாணம் ' mn 'ஐ கொண்ட வெக்டர் வெளி என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $V = W \oplus W^\perp$.

$V = W \oplus W^\perp$ என நிறுவுக.

14. (a) Prove that a square matrix A is symmetric iff $A = A^T$.

A எனும் சதுர அணி சமச்சீரானது $\Leftrightarrow A = A^T$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Find the rank of the matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.

அணியின் தரம் காண்க. $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

15. (a) Show that the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ satisfies the equation $A^2 - 2A - 5I = 0$.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ எனும் அணி $A^2 - 2A - 5I = 0$ எனும் சமன்பாட்டை பூர்த்தி செய்யும் எனக் காட்டுக.

Or

- (b) State and Prove Cayley Hamilton theorem.

கேலி-ஹேமில்டன் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and Prove the fundamental theorem of homomorphism.

செயல்மாரு கோர்த்தலின் அடிப்படை தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

17. Prove that $\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$.

$\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$ என நிறுவுக.

18. State and prove Gram-Schmidt orthogonalisation process.

க்ராம்-ஸ்மித் செங்குத்தாக்கும் செயல்முறையை கூறி நிறுவுக.

19. Solve the system of equations

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14 .$$

$$x + 4y + 7z = 30$$

சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை தீர்க்க.

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 7z = 30$$

20. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

அணியில் எய்கன் மதிப்பு மற்றும் எய்கன் வெக்டர் காண்க.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

F-5949

Sub. Code

7BMA5C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fifth Semester

Mathematics

REAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Metric and give one example.
ஒரு மெட்ரிக் வெளியை வரையறுத்து ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
2. State Holder's Inequality.
ஹோல்டர் சமனின்மையை கூறுக.
3. Define: interior point.
வரையறு : உள்புள்ளி.
4. State Baire's category theorem.
பேரின் வகையினை தேற்றத்தைக் கூறுக.
5. Show that $f(x) = x^2$ is continuous on R .
 $f(x) = x^2$ ஆனது R ன் மீது தொடர்ச்சியானது எனக் காட்டு.
6. Prove every uniformly continuous function is continuous.
ஒவ்வொரு சீரான தொடர்ச்சிச் சார்பும் தொடர்ச்சியானது எனக் காட்டு.

7. Define the following:

- (a) Separated
- (b) Connected set.

கீழ்வருவனவற்றை வரையறு:

- (அ) பிரிக்கப்பட்டது
- (ஆ) இணைந்த கணம்.

8. Give an example of a connected set and a disconnected set.

இணைந்த மற்றும் இணைப்பற்ற கணங்களுக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

9. Define compact metric space.

வரையறு : கச்சிதமான மெட்ரிக் வெளி.

10. Show that continuous image of compact space is compact.

ஒரு கச்சிதவெளியின் தொடர்ச்சியான பிம்பம் கச்சிதமானது என நிறுவுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove $d(x, y) = |x - y|$ is a metric on R .

நிறுவுக : R -ன் மீது $d(x, y) = |x - y|$ ஒரு மெட்ரிக் வெளி.

Or

(b) Show that every open ball is an open set.

ஒவ்வொரு திறந்த பந்தும் ஒரு திறந்த கணம் என நிறுவுக.

12. (a) Show that union of two first category sets is again first category.

இரு முதலாம் வகையின கணங்களின் சேர்ப்பும் முதலாம் வகையினமாகும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove : $x \in \bar{A}$ if and only if every neighborhood of x intersects A .

நிறுவுக : $x \in \bar{A}$ ஆக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை x ன் ஒவ்வொரு அண்மையமும் A ஐ வெட்டும் என்பதாகும் என நிறுவுக.

13. (a) Prove that $f+g$ is continuous if f and g are continuous.

f மற்றும் g தொடர்ச்சியானது எனில் $f+g$ யும் தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $f-g$ is continuous if f and g are continuous.

f மற்றும் g தொடர்ச்சியானது எனில் $f-g$ யும் தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

14. (a) Show that the intervals $(1,2)$ and $(2,3)$ are separated.

இடைவெளிகள் $(1,2)$ மற்றும் $(2,3)$ பிரிக்கப்பட்டவை எனக் காட்டுக.

Or

- (b) If A is a connected subset of the metric space M , show that \bar{A} is connected.

A என்பது M என்ற மெட்ரிக் வெளியின் ஒரு இணைந்த உட்கணம் எனில் \bar{A} -ம் இணைந்தது என நிறுவுக.

15. (a) Show that the product of two compact spaces is compact.

இரு கச்சிதமான வெளிகளின் பெருக்கலும் கச்சிதமானது என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that closed subset of a compact metric space is compact.

ஒரு கச்சிதமான மெட்ரிக் வெளியின் மூடிய உட்கணம் கச்சிதம் எனக்காட்டு.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that the set $[0, 1]$ is uncountable.

$[0, 1]$ எண்ணிடத்தக்கதல்ல எனக்காட்டு.

17. Show that R is of the second category.

R இரண்டாம் வகையினம் என நிறுவுக.

18. Define continuous function and show that the function f is continuous if and only if inverse image of every open set is open.

தொடர்ச்சியான சார்பை வரையறு மற்றும் ஒரு சார்பு தொடர்ச்சியாவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை ஒவ்வொரு திறந்த கணத்தின் பிரதி பிம்பமும் திறந்தது என்பதாகும் என நிறுவுக.

19. Show that $A \subseteq R$ is connected if and only if A is an interval.

$A \subseteq R$ இணைந்ததாக இருப்பதாக தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை A ஒரு இடைவெளியாக இருத்தல் ஆகும் என நிறுவுக.

20. State and prove Heine-Borel theorem.

ஹெய்னி போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

F-5950

Sub. Code

7BMA5C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fifth Semester

Mathematics

STATISTICS - I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Find mode

63, 65, 66, 65, 64, 65, 65, 61, 67, 68

முகடு காண்க.

63, 65, 66, 65, 64, 65, 65, 61, 67, 68

2. Define Standard deviation.

திட்ட விலக்கத்தை வரையறு.

3. Write β_1 and β_2 formula.

β_1 மற்றும் β_2 சூத்திரம் எழுது.

4. Write the normal equation in fitting straight line.

நேர்கோடு பொருந்துதலில் இயல் சமன்பாடுகளை எழுது.

5. Write correlation formula.

ஒட்டுறவு சூத்திரம் எழுது.

6. Between what values do correlation coefficient lie?
எந்த மதிப்பு இடைவெளிக்குள் ஒட்டுறவு மதிப்பு இருக்கும்?
7. Prove $E \equiv 1 + \Delta$.
நிறுவுக $E \equiv 1 + \Delta$.
8. Write Newton's forward difference formula.
நியூட்டனின் முன் வித்தியாச சூத்திரம் எழுது.
9. Write family budget index number.
குடும்ப நிதிநிலை குறியீட்டெண்ணை எழுது.
10. Define time series.
காலத்தொடரை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find Harmonic mean

$x:$	2	3	4	5	6
$f:$	5	7	11	9	8

இசைச்சராசரி காண்க.

$x:$	2	3	4	5	6
$f:$	5	7	11	9	8

Or

- (b) Find median and quartiles

40, 90, 61, 68, 72, 43, 50, 84, 75, 33

இடைநிலை மற்றும் கால்மானங்கள் காண்க.

40, 90, 61, 68, 72, 43, 50, 84, 75, 33

12. (a) Find $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$

$x:$	0	1	2	3	4	5	6
$f:$	5	15	17	25	19	14	5

$\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ காண்க.

$x:$	0	1	2	3	4	5	6
$f:$	5	15	17	25	19	14	5

Or

- (b) Fit a straight line

$x:$	0	1	2	3	4
$f:$	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

நேர்க்கோடு பொருத்துக.

$x:$	0	1	2	3	4
$f:$	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

13. (a) Prove that the correlation co-efficient is independent of change of origin and scale.

ஒட்டுறவு கெழு ஆதி மற்றும் அலகு மாற்றத்தை சாராதது என நிறுவுக.

Or

- (b) Find rank correlation co-efficient :

$P:$	35	56	50	65	44	38	44	50	15	26
$Q:$	50	35	70	25	35	58	75	60	55	35

தர ஒட்டுறவு கெழு காண்க.

$P:$	35	56	50	65	44	38	44	50	15	26
$Q:$	50	35	70	25	35	58	75	60	55	35

14. (a) Find U_3

$x :$	0	1	2	5
$U_x :$	2	3	12	147

U_3 காண்க.

$x :$	0	1	2	5
$U_x :$	2	3	12	147

Or

(b) Find the total number of class frequencies for n attributes.

n பண்புகளுக்கு மொத்த வகுப்பு நிகழ்வெண்களின் எண்ணிக்கை காண்க.

15. (a) Find aggregate expenditure index number

	P_0	P_1	P_2
A	7	7.5	6
B	6	6.75	3.5
C	5	5	0.5
D	30	32	3
E	8	8.5	1

கூட்டு செலவு குறியீட்டெண் காண்க.

	P_0	P_1	P_2
A	7	7.5	6
B	6	6.75	3.5
C	5	5	0.5
D	30	32	3
E	8	8.5	1

Or

(b) Explain the components of time series.

காலத்தொடரின் கூறுகளை விளக்குக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find which player A or B is more than consistent.

A :	40	25	19	80	38	8	67	121	66	76
B :	28	70	31	0	14	111	66	31	25	4

எந்த ஆட்டக்காரர் A, B அதிக இசைவு உடையவர் என காண்க.

A :	40	25	19	80	38	8	67	121	66	76
B :	28	70	31	0	14	111	66	31	25	4

17. Find Karl Pearson co-efficient of skewness.

x :	10	11	12	13	14	15
f :	2	4	10	8	5	1

கார்ப் பிரயர்சனின் கோட்டக்கெழு காண்க.

x :	10	11	12	13	14	15
f :	2	4	10	8	5	1

18. Find correlation co-efficient

x :	160	161	162	163	164
f :	50	53	54	56	57

ஒட்டுறவு கெழு காண்க.

x :	160	161	162	163	164
f :	50	53	54	56	57

19. Find θ where $x = 42$.

x :	40	50	60	70	80	90
θ :	184	204	226	250	276	304

$x = 42$ எனில் θ காண்க.

$x :$	40	50	60	70	80	90
$\theta :$	184	204	226	250	276	304

20. Find the straight line trend and estimate value for year 93.

Year :	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
Value :	45	46	44	47	42	41	39	42	45	40	48

நேர்க்கோட்டு போக்கு காண்க மேலும் ஆண்டு 93 க்கு மதிப்பை மதிப்பிடுக.

ஆண்டு :	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
மதிப்பு :	45	46	44	47	42	41	39	42	45	40	48

F-5951

Sub. Code

7BMA5C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fifth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH — I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define : optimum basic feasible solution to a L.P.P.

வரையறு : L.P.P -ன் உத்தம அடிப்படை செய்தக்க தீர்வு.

2. State the canonical form of L.P.P.

L.P.P-ன் நியமன அமைப்பைக் கூறுக.

3. State complementary slackness theorem

நிரப்புத் தொய்வுத் தேற்றத்தைக் கூறுக.

4. Write the uses of artificial variables.

செயற்கை மாறிகளின் பயன்களை எழுதுக.

5. Define initial basic feasible solution to a T.P.

ஒரு T.P-ன் ஆரம்ப அடிப்படை செய்தக்க தீர்வை வரையறு.

6. Write the dual :

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3$$

$$\text{S.T. } x_1 + 3x_2 \geq 3, x_1 + 2x_3 \geq 5, x_1, x_2, x_3 > 0$$

இருமத்தை எழுதுக.

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3$$

$$\text{S.T. } x_1 + 3x_2 \geq 3, x_1 + 2x_3 \geq 5, x_1, x_2, x_3 > 0$$

7. State a transportation problem.

ஒரு போக்குவரத்துக் கணக்கைக் கூறுக.

8. What is a balanced A.P?

சமநிலை A.P என்றால் என்ன?

9. Define a sequencing problem.

ஒரு வரிசை மாற்றுக் கணக்கை வரையறு.

10. How do you convert sequencing problem of n jobs and 3 machines into a problem of n jobs and 2 machines?

n வேலைகள் மற்றும் 3 இயந்திரங்கள் கொண்ட வரிசை மாற்றுக் கணக்கை n வேலைகள் மற்றும் 2 இயந்திரங்கள் கொண்ட கணக்காக எவ்வாறு மாற்றுவாய்?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Explain the mathematical formulation of L.P.P with an example.

L.P.P -ன் கணித வடிவமைப்பை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் விவரி.

Or

2

F-5951

(b) Solve graphically :

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.T } x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

வரைபட முறையில் தீர்க்க.

$$\text{Min } Z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.T } x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

12. (a) Solve the following primal problem by solving its dual problem.

$$\text{Min } Z = -2x_1 - 2x_2$$

$$\text{S.T. } x_1 - 5x_2 \geq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

இருமக் கணக்கைத் தீர்த்து பின்வரும் முதன்மை கணக்கின் தீர்க்க.

$$\text{Min } Z = -2x_1 - 2x_2$$

$$\text{S.T. } x_1 - 5x_2 \geq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Or

(b) Explain dual simplex algorithm.

இரும சிம்பளக்ஸ் படிவழி முறையை விவரி.

13. (a) Explain North West corner rule.

வடமேற்கு மூலை விதியை விளக்குக.

Or

- (b) Find the initial basic feasible solution to the T.P.

T.P. -ன் ஆரம்ப அடிப்படை செய்தக்க தீர்வினை காண்க.

	A	B	C	Supply/ வழங்கல்
F_1	10	9	8	8
F_2	10	7	10	7
F_3	11	9	7	9
F_4	12	14	10	4
demand/தேவை	10	10	8	

14. (a) Explain the mathematical formulation of A.P.

A.P.-ன் கணித வடிவமைப்பை விவரி.

Or

- (b) Solve the following A.P.

கீழ்வரும் A.P. ஐ தீர்க்க.

	1	2	3	4
A	11	17	8	16
B	9	7	12	6
C	13	16	15	12
D	14	10	12	11

15. (a) Find the total elapsed time for the sequencing problem.

வரிசை மாற்றுக் கணக்கின் மொத்தக் கால நேரத்தைக் காண்க.

		Jobs/வேலைகள்							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Machines	A	5	4	22	16	15	11	9	4
இயந்திரங்கள்	B	6	10	12	8	20	7	2	21

Or

- (b) Explain the sequencing problem of n jobs and 3 machines.

n வேலைகள் மற்றும் 3 இயந்திரங்கள் கொண்ட வரிசை மாற்றுக் கணக்கை விளக்குக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve by simplex method :

சிம்பிளக்ஸ் முறையில் தீர்க்க.

$$\text{Max } Z = 4x + 2y$$

$$\text{S.t } x + 2y \leq 15$$

$$2x - y \leq 5$$

$$x, y \geq 0$$

17. Solve by two phase method.

இரு கட்ட முறையில் தீர்க்க.

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{S.t } 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

18. Solve the transportation problem.

போக்குவரத்துக் கணக்கை தீர்க்க.

	A	B	C	D	Supply/ வழங்கல்
1	7	4	3	4	15
2	3	2	7	5	25
3	4	4	3	7	20
4	9	7	5	3	40
Demand/ தேவை	12	8	35	25	

19. Solve the A.P.

A.P. ஐ தீர்க்க.

	1	2	3	4
A	15	27	35	20
B	21	29	33	17
C	17	25	37	15
D	14	31	39	21

20. Solve the following sequencing problem and find the idle times.

கீழ்வரும் வரிசை மாற்றுக் கணக்கை தீர்க்க மற்றும் வேலையற்ற நேரங்களைக் கணக்கிடுக.

	Job/வேலை	1	2	3	4	5
Machine/இயந்திரங்கள்	A	3	8	7	5	4
	B	4	5	1	2	3
	C	7	9	5	6	10

F-5952

Sub. Code

7BMAE1A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fifth Semester

Mathematics

Elective – GRAPH THEORY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define degree of a vertex.
முனையின் படியை வரையறு.
2. Define independent set.
சார்பிலா கணம் வரையறு.
3. Define walk.
நடையை வரையறு.
4. Define line connectivity.
கோட்டுத் தொடர்பை வரையறு.
5. Define centre of a graph.
வரைபின் மையத்தை வரையறு.
6. Define perfect matching.
முழுநிறை பொருத்தம் வரையறு.

7. Define polyhedral graph.

பன்முக வரையை வரையறு.

8. Define chromatic number.

வண்ண எண்ணை வரையறு.

9. Define directed graph.

திசையுள்ள வரையை வரையறு.

10. Define chromatic polynomial.

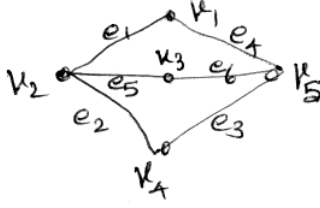
வண்ண பல்லுறுப்பை வரையறு.

Section B

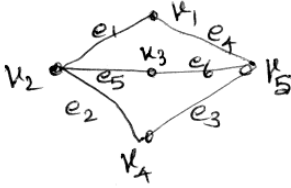
(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Define adjacency matrix and write the adjacency matrix of the graph.



அண்மை அணியை வரையறு மற்றும் வரைபின் அண்மை அணியை காண்க.



Or

2

F-5952

- (b) If G_1 be a (p_1, q_1) graph and G_2 be a (p_2, q_2) graph then prove that $G_1 \times G_2$ is a $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ graph.

G_1 என்பது (p_1, q_1) வரைபு மற்றும் G_2 என்பது (p_2, q_2) வரைபு எனில் $G_1 \times G_2$ என்பது $(p_1 p_2, q_1 p_2 + q_2 p_1)$ வரைபு என நிறுவுக.

12. (a) In a graph G , prove that any $u - v$ walk contains a $u - v$ path.

ஒரு வரைபில் G எந்த ஒரு $u - v$ நடையும் ஒரு $u - v$ பாதையைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a graph G with p points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

p புள்ளிகளையும் மற்றும் $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ எனக் கொண்டிருக்கும் வரைபானது இணைந்த வரைபு G க்கு என நிறுவுக.

13. (a) Prove that every connected graph has a spanning tree.

ஒவ்வொரு இணைந்த வரைபிலும் ஒரு அளவு மரம் இருக்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) Find the number of perfect matching in the complete graph K_{2n} .

முழு வரைபு K_{2n} - ல் உள்ள முழுநிறை பொருத்தங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. (a) Prove that K_5 is non-planar.

K_5 -ஆனது சமதள வரைபு அல்ல என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that every uniquely n -colourable graph is $(n - 1)$ connected.

ஒவ்வொரு தனித்துவமான n -வண்ணமிடத்தக்க வரைபானது $(n - 1)$ இணைந்த வரைபு என நிறுவுக.

15. (a) Prove that a graph of n vertices is a complete graph iff it's chromatic polynomial is

$$P_n(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)\dots(\lambda - n + 1).$$

n புள்ளிகள் கொண்ட ஓர் வரைபு முழு வரைபாக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமானது நிபந்தனை அதன் வண்ண பல்லுறுப்பு கோவை

$$P_n(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)\dots(\lambda - n + 1) \text{ என நிறுவுக.}$$

Or

(b) Define the following with an example.

(i) Dominance matrix of a digraph

(ii) Incidence matrix of a digraph.

கீழ்க்காணும் வரைபுகளை உதாரணத்துடன் வரையறு.

(i) திசையுள்ள வரைபின் ஆதிக்க அணி

(ii) திசையுள்ள வரைபின் படுகை அணி.

Section C $(3 \times 10 = 30)$ Answer any **three** questions.

16. Prove that the maximum number of lines among all p point graph with no triangle is $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$.

முக்கோணமற்ற p புள்ளிகள் கொண்ட எல்லா வரைபிலும் அதிகபட்ச கோடுகள் $\left\lfloor \frac{p^2}{4} \right\rfloor$ என நிறுவுக.

17. Show that the following statements are equivalent for a connected graph G .

- (a) G is Eulerian
(b) Every point of G has even degree
(c) The set of edges of G can be partitioned into cycles.

ஒரு இணைந்த வரைபு G க்கு பின்வரும் கூற்றுகள் சமானமானவை எனக் காட்டுக.

- (அ) G ஆய்லேரியன்
(ஆ) G -ன் ஒவ்வொரு புள்ளியும் இரட்டை படி கொண்டிருக்கும்.
(இ) G -ன் கோடுகளின் கணத்தை சுழல்களாக பிரிவினை செய்ய முடியும்.

18. Prove that every tree has either one or two centres.

ஒவ்வொரு மரமும் ஒன்று அல்லது இரண்டு மையங்களைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

19. State and prove five colour theorem.

ஐந்து வண்ண தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

20. Prove that every tournament has a spanning tree.

ஒவ்வொரு ஆடுகளமும் ஒரு அளாவு மரத்தைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

F-5953

Sub. Code

7BMAE2A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2021

Fifth Semester

Mathematics

Elective : NUMERICAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Find the first approximation to the root of $x^3 - 2x - 5 = 0$ between 2 and 3 by bisection method.

$x^3 - 2x - 5 = 0$ -க்கு 2 மற்றும் 3க்கிடையில் முதல் தோராய தீர்வை இருசமவெட்டி முறை மூலம் காண்க.

2. Write the formula for Newton-Raphson method.

நியூட்டன்-ராப்சன் முறையின் சூத்திரம் எழுதுக.

3. Prove that $\Delta^2 y_0 = y_2 - 2y_1 + y_0$.

$\Delta^2 y_0 = y_2 - 2y_1 + y_0$ என நிறுவுக.

4. Write down the Newton's backward interpolation formula.

நியூட்டனின் பின்னோக்கு இடைசெருகல் சூத்திரத்தை எழுதுக.

5. State Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

சிம்ஸனின் $\frac{1}{3}$ விதியினைக் கூறுக.

6. Write the trapezoidal formula.

டிராபிசாய்டல் சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. State Gauss-Jordan method.

தாஸ்-ஜோர்டன் முறையை கூறு.

8. State Gauss-Seidal method.

காஸ்-சீடல் முறையை கூறு.

9. Write down the Taylor's series expansion.

டெய்லரின் தொடர்முறை விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

10. Write the Euler's formula for $y' = f(x, y); y(x_0) = y_0$.

$y' = f(x, y); y(x_0) = y_0$ க்கு ஆய்லரின் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find a real root of the equation $x \sin x + \cos = x$, using bisection method.

$x \sin x + \cos = x$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மெய் மூலத்தை இரு சமவெட்டி முறையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

Or

(b) Find a real root of the equation $x^3 - 5x - 7 = 0$, using False-Position method.

பிழை நிலை முறையைப் பயன்படுத்தி $x^3 - 5x - 7 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மெய் மூலத்தைக் காண்க.

12. (a) Using Newton's forward difference formula find the sum $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$.

நியூட்டன் முன்னோக்கு வித்தியாச முறையை பயன்படுத்தி $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ ன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

Or

- (b) Use Lagrange's formula, find $y(10)$ from the following data:

x	5	6	9	11
y	12	13	14	16

லெக்ராஞ்சி சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றிலிருந்து ஐக் காண்க.

x	5	6	9	11
y	12	13	14	16

13. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1.5$ from the following data :

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	3.375	7.0	13.625	24.0	38.875	59.0

பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து $x = 1.5$ எனும்போது $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

x	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
y	3.375	7.0	13.625	24.0	38.875	59.0

Or

- (b) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ using composite Simpson's $\frac{3}{8}$ rule with 8 equal intervals.

சிம்ஸ்ஸனின் $\frac{3}{8}$ விதியை கொண்டு 8 சம இடைவெளியில்

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ ன் தொகையினை காண்க.

14. (a) Solve by using Gauss - Elimination method.

$$x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

கானின் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தி

$$x + y + 4z = 12$$

$$8x - 3y + 2z = 20 \text{ என்ற சமன்பாடுகளை தீர்க்க.}$$

$$4x + 11y - z = 33$$

Or

- (b) Apply Gauss-Siedel iteration method to solve the system

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10$$

காஸ் சீடல் முறையை பயன்படுத்தி

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7 \text{ என்ற சமன்பாடுகளை தீர்க்க.}$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10$$

15. (a) Use Taylor series method, find $y(1.1)$ from

$$\frac{dy}{dx} = x + y, y(1) = 0.$$

$$\frac{dy}{dx} = x + y, y(1) = 0 \text{ லிருந்து } y(1.1) \text{ஐ } \text{டெய்லர்}$$

தொடர்முறையைப் பயன்படுத்தி காண்க.

Or

- (b) Use Runge-Kutta second order to find $y(0.1)$ with

$$h = 0.1, \text{ given that } 10 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, y(0) = 1.$$

$$10 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, y(0) = 1 \text{ எனில் } \text{ரங்கே-குட்டா}$$

இரண்டாம்படி முறையில் $y(0.1)$ ஐக் காண்க $h = 0.1$.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the root of $2x = \cos x + 3$ correct the three decimal places by iteration method.

தொடர்கணிப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி $2x = \cos x + 3$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தை மூன்று தசம இடத்திருத்தமாக காண்க.

17. Using Newtons backward interpolation formula, find $f(1.8)$ from the following table:

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
y	0.3989	0.3521	0.2420	0.1295	0.0540

நியூட்டனின் பின்னோக்கு இடைச்செருகல் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் இருந்து $f(1.8)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
y	0.3989	0.3521	0.2420	0.1295	0.0540

18. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ by using Trapezoidal rule and Simpson's rule, ($h = 0.25$).

ஈராபிசாய்டல் விதி மற்றும் சிம்சன்ஸ் விதியைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ மதிப்பிடு ($h = 0.25$).

19. Solve the system

$$5x - 2y + z = 4$$

$$7x + y - 5z = 8 \quad \text{using Gauss-Jordan method.}$$

$$3x + 5y + 4z = 10$$

காஸ் ஜோர்டான் முறையை பயன்படுத்தி

$$5x - 2y + z = 4$$

$$7x + y - 5z = 8 \quad \text{என்ற அமைப்பை தீர்க்க.}$$

$$3x + 5y + 4z = 10$$

20. Using Picard's method, find the first and second approximation:

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2, \quad y(0) = 1.$$

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2, \quad y(0) = 1 \text{ -ன் முதலாம் மற்றும் இரண்டாம் தோராய}$$

மதிப்புகளை பிகார்ட்ஸ் முறையில் காண்க.