

F-0233

Sub. Code

7BMA2C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Second Semester

Mathematics

**ANALYTICAL GEOMETRY OF 3D AND VECTOR
CALCULUS**

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Find the distance between the two points $(1, -3, -2)$ and $(2, 5, -4)$.

$(1, -3, -2)$ மற்றும் $(2, 5, -4)$ ஆகிய இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு காண்க.

2. Find the direction cosines of the line joining $(1, 2, -4)$ and $(2, 1, -3)$.

$(1, 2, -4)$ மற்றும் $(2, 1, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் திசை கிடக்கைகளை காண்க.

3. Define Skew lines.

கோட்டக் கோடுகள் வரையறு.

4. Find the centre and radius of the sphere

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 2y - 4z - 5 = 0.$$

$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 2y - 4z - 5 = 0$ என்ற கோளத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

5. Write the equation of the cone.

கூம்பின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

6. Define right circular cylinder.

நேர்வட்ட உருளையின் வரையறு.

7. Prove that $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) = \vec{a}$ for any constant vector \vec{a} .

' \vec{a} ' ஒரு மாறிலி வெக்டர் எனில் $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r}) = \vec{a}$ என நிறுவுக.

8. Prove that $\vec{f} = (x^2 - yz)\vec{i} + (y - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$ is irrotational.

$\vec{f} = (x^2 - yz)\vec{i} + (y - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$ என்பது சுழற்சியற்றது என நிறுவுக.

9. Define line integral.

கோட்டுவழித் தொகை வரையறு.

10. State Green's theorem.

கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

Part B**(5 × 5 = 25)**Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) A line makes angles $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the four diagonals of a cube. Prove that
- $$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3}.$$

ஒரு கோடு கனசதுரத்தின் நான்கு மூலைவிட்டங்களுடன் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்ற கோணங்களை ஏற்படுத்துகிறது எனில்

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma + \sin^2 \delta = \frac{8}{3} \text{ என நிறுவுக.}$$

Or

- (b) Find the angle between the lines
- $$x - 2y + z = 0 = x + y - z = 3 \text{ and}$$
- $$x + 2y + z - 5 = 0 = 8x + 12y + 5z.$$

$$x - 2y + z = 0 = x + y - z = 3 \text{ மற்றும்}$$

$x + 2y + z - 5 = 0 = 8x + 12y + 5z$ ஆகிய கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தை காண்க.

12. (a) Prove that the lines $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{3}$ and
- $$\frac{x-1}{-4} = y+2 = \frac{z-6}{2}$$
- are coplanar. Find the point of intersection.

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{3} \text{ மற்றும் } \frac{x-1}{-4} = y+2 = \frac{z-6}{2}$$

ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் உள்ளன என நிறுவுக மற்றும் அவை வெட்டும் புள்ளியை காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the sphere passing through the points $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ and $(0,0,1)$.

$(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ மற்றும் $(0,0,1)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக செல்லும் கோளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

13. (a) Find the equation of the cone with its vertices at $(1, -2, 3)$ with its base curve given by $x^2 - 2y^2 + z^2 = 4$, $x - y + z = 7$.

$(1, -2, 3)$ முனை மற்றும் $x^2 - 2y^2 + z^2 = 4$, $x - y + z = 7$ என்ற அடிவளைவையும் கொண்ட கூம்புகளின் சமன்பாட்டை காண்க.

Or

- (b) Find the equation of a right circular cylinder of radius 3 with axis $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$.

ஆரம் 3 மற்றும் $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$ என்ற அச்சாகக் கொண்ட நேர்வட்ட உருளையின் சமன்பாட்டை காண்க.

14. (a) Prove that : $\nabla \times (\nabla \times \vec{f}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{f}) - \nabla^2 \vec{f}$.

நிரூபி : $\nabla \times (\nabla \times \vec{f}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{f}) - \nabla^2 \vec{f}$.

Or

- (b) Prove that : $\text{div}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{2}{r}$.

நிரூபி : $\text{div}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{2}{r}$.

15. (a) Evaluate $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$

and C is the curve $y = x^2$ joining $(0, 0)$ and $(1, 1)$.

$\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$ மற்றும் C என்பது $(0, 0)$ மற்றும் $(1, 1)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் $y = x^2$ என்ற வளைவரை எனில் $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$ ஐ மதிப்பிடுக.

Or

(b) Verify Green's theorem for the function $\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ and C is the rectangle in the xy plane bounded by $y = 0$, $y = b$, $x = 0$ and $x = a$.

$\vec{f} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ மற்றும் C என்பது xy தளத்தில் $y = 0$, $y = b$, $x = 0$ மற்றும் $x = a$ ஆகிய வரம்புகளை கொண்ட செவ்வகம் எனில் கிரீன்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the equation of the plane passing through $(2, 2, 1)$ and $(9, 3, 6)$ and perpendicular to the plane $2x + 6y - 6z = 9$.

$(2, 2, 1)$ மற்றும் $(9, 3, 6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியாகவும் மற்றும் $2x + 6y - 6z = 9$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள தளத்தின் சமன்பாட்டை காண்க.

17. A sphere touches the plane $x - 2y - 2z - 7 = 0$ at $(3, -1, -1)$ and passes through $(1, 1, -3)$. Find its equation.

ஒரு கோளம் $x - 2y - 2z - 7 = 0$ என்ற தளத்தினை $(3, -1, -1)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகிறது மற்றும் $(1, 1, -3)$ என்ற புள்ளியின் வழியாக செல்கிறது எனில் அதன் சமன்பாட்டை காண்க.

18. Find the equation of the cone formed by rotating the line $2x + 3y = 6, z = 0$ about y -axis.

$2x + 3y = 6, z = 0$ என்ற கோட்டை y -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றும் போது கிடைக்கும் கூம்பின் சமன்பாட்டை காண்க.

19. Find the equation of the

(a) tangent plane and

(b) normal line to the surface $xyz = 4$ at the point $(1, 2, 2)$.

$(1, 2, 2)$ என்ற புள்ளியில் $xyz = 4$ என்ற தளத்திற்கு

(அ) தொடு தளம் மற்றும்

(ஆ) செங்கோடு ஆகியவற்றின் சமன்பாட்டை காண்க.

20. Verify Stoke's theorem for $\vec{f} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ in the rectangular region $x = 0, y = a, x = a, y = b$.

$x = 0, y = a, x = a, y = b$ என்ற செவ்வக பகுதியில்

$\vec{f} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ -ற்கு ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்க்க.

F-0234

Sub. Code

7BMA2C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023.

Second Semester

Mathematics

SEQUENCES AND SERIES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define a bounded sequence.

ஒரு வரம்புடைய ஒழுங்கு வரிசையை வரையறு.

2. Give an example of a monotonic sequence.

ஒருபோக்கு தொடர்வரிசைக்கு ஒரு சான்று தருக.

3. State Cauchy's second limit theorem.

காஷியின் இரண்டாம் வரம்பு தேற்றத்தை எழுதுக.

4. Define a cauchy sequence.

காஷி வரிசையை வரையறு.

5. Test the convergence of the series $\sum \frac{3^n n!}{n^n}$.

$\sum \frac{3^n n!}{n^n}$ என்ற தொடரின் ஒருங்கும் தன்மையை சோதிக்கவும்.

6. State Cauchy's root test.

காஷியின் மூலச் சோதனையை எழுதுக.

7. Define an alternating series with an example.

ஒரு ஒன்றாடத் தொடரை ஒரு சான்றுடன் வரையறு.

8. State Dirichlet's test.

டிரிச்லெட் சோதனையை எழுதுக.

9. State Riemann's theorem.

ரீமான் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. Define Cauchy product of two series.

இரண்டு தொடர்களின் காஷி பெருக்கத்தை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove that a sequence cannot converge to two different limits.

ஒரு ஒழுங்கு வரிசை இரு வெவ்வேறு வரம்புகளுக்கு ஒருங்காது என நிறுவுக.

Or

(b) Show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} \right) = \frac{1}{3}$.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} \right) = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.

12. (a) If $a_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$ then prove that $2 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 3$.

$a_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$ எனில் $2 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 3$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that a sequence $\langle a_n \rangle$ in \mathbb{R} is convergent iff it is a Cauchy sequence.

\mathbb{R} -ல் $\langle a_n \rangle$ என்ற ஒழுங்கு வரிசை ஒருங்குவதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அது ஒரு காஷி வரிசையாகும் என நிறுவுக.

13. (a) State Cauchy's general principal of convergence and prove it.

ஒருங்குதலுக்கான காஷியின் பொதுக் கோட்பாட்டை எழுதி நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove Raabe's test.

ராபீஸ் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

14. (a) Prove that any absolutely convergent series is convergent.

எந்த ஒரு தனி ஒருங்குத் தொடரும் ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove Abel's test.

ஏபலின் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

15. (a) Prove that the sum of an absolutely convergent series is unaltered by any rearrangement of its terms.

ஒரு தனி ஒருங்குத் தொடரின் கூடுதலானது அதன் உறுப்புகளை மாற்றி அமைப்பதால் மாறாது என நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove Abel's theorem.

ஏபலின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $\langle a_n \rangle \rightarrow a$ and $a_n \neq 0, \forall n, a \neq 0$ then prove that $\left\langle \frac{1}{a_n} \right\rangle \rightarrow \frac{1}{a}$.

$\langle a_n \rangle \rightarrow a$ மற்றும் $a_n \neq 0, \forall n, a \neq 0$ எனில் $\left\langle \frac{1}{a_n} \right\rangle \rightarrow \frac{1}{a}$ என நிறுவுக.

17. State and prove Cauchy's first limit theorem.

காஷியின் முதல் வரம்பு தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

18. State and prove Kummer's test.

கும்மரின் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

19. State and prove Leibnitz's test.

லிபினிட்ஸ் சோதனையை எழுதி நிறுவுக.

20. State and prove Merten's theorem.

மெர்டன்ஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

F-0235

Sub. Code

7BMA3C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Third Semester

Mathematics

ABSTRACT ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define permutation groups.
வரிசை மாற்று குலத்தை வரையறு.
2. Show that in a group G , $x^2 = x \Leftrightarrow x = e$.
 G என்ற குலத்தில் $x^2 = x \Leftrightarrow x = e$, என நிறுவுக.
3. Prove that any cyclic group is abelian.
எந்தவொரு வட்டக்குலமும் அபீலியன் குலமாகும் என நிறுவுக.
4. State Euler's Theorem.
ஆய்லரின் தேற்றத்தை எழுதுக.
5. Let $f : G \rightarrow G'$ be an isomorphism. Prove that $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$.
 $f : G \rightarrow G'$ தன் இயல்மாறாக் கோர்த்தல் எனில் $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$ என நிறுவுக.

6. Define: Isomorphism.

வரையறு. தன்ஒப்புமை.

7. If R is a ring such that $a^2 = a \forall a \in R$, prove that $a + a = 0$.

வளையம் R ல் $a^2 = a \forall a \in R$, எனில் $a + a = 0$ என நிறுவுக.

8. Define: Subring.

வரையறு: உள் வளையம்

9. Define: Homomorphism.

வரையறு: செயல்மாறாக் கோர்த்தல்.

10. Define: UFD

வரையறு: UFD

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let G be a group in which $(ab)^m = a^m b^m$ for three consecutive integers and $\forall a, b \in G$ then prove that G is an abelian group.

G என்பது மூன்று தொடர்ச்சியான முழக்களுக்கும் அனைத்து $a, b \in G$ ற்கும் $(ab)^m = a^m b^m$ எனுமானு உள்ள ஒரு குலம் எனில் G ஒரு அபிலியன் குலம் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that the symmetric group s_3 is non-abelian.

சமச்சீர் குலம் s_3 -ஆனது அபிலியன் குலமல்ல என நிறுவுக.

12. (a) Prove that a non-empty subset H of a group G is a subgroup of $G \Leftrightarrow a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

G என்ற குலத்தின் வெற்றிலா உட்கணம் H என்பது ஓர் உட்குலம் $G \Leftrightarrow a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

Or

- (b) State and prove Lagranges Theorem.

லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

13. (a) If H is a subgroup of G and N is a normal subgroup of G , then prove that HN is a subgroup of G .

H என்பது G ன் உட்குலம் மற்றும் N என்பது G -ல் நேர்மை உட்குலம் எனில் HN என்பது G ல் உட்குலம் என நிறுவுக.

Or

- (b) Let $f: G \rightarrow G'$ be an isomorphism. If G is cyclic, then prove that G' is also cyclic.

$f: G \rightarrow G'$ ற்கான தன் இயல்மாறாக் கோர்த்தல் என்க. G வட்டக் குலமாக இருப்பின் G' யும் வட்டக்குலம் என நிறுவுக.

14. (a) Prove that any finite integral domain is a field.

எந்த ஒரு முடிவுறு எண்ணரங்கமும் ஒரு கனம் என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the characteristic of an integral domain D is either 0 or a prime number.

ஒரு எண் அரங்கம் D இன் சிறப்பியல்பு 0 அல்லது ஒரு பகா எண் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

15. (a) Prove that the field of quotients F of an integral domain D is the smallest field containing D .

ஒரு எண் அரங்கம் D இன் மேற்கோள்களின் களம் F ஆனது D கொண்ட மிகச்சிறிய களம் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

Or

- (b) Let R be an integral domain. Let a and b be two non-zero elements of R . Then a and b are associates $\Leftrightarrow a = bu$ when u is a unit in R .

R என்பது எண் அரங்கம் என்க. a மற்றும் b என்பன R -ன் பூஜ்சியம் அற்ற உறுப்புகள் என்க. a மற்றும் b இணையெண் $\Leftrightarrow a = bu$, இங்கு u என்பது R ன் ஓரளகு என நிறுவுக.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that

(i) $a^m a^n = a^{m+n}, m, n \in \mathbb{Z}$.

(ii) $(a^m)^n = a^{mn}, m, n \in \mathbb{Z}$

(i) $a^m a^n = a^{m+n}, m, n \in \mathbb{Z}$.

(ii) $(a^m)^n = a^{mn}, m, n \in \mathbb{Z}$ என நிறுவுக.

17. Prove that a subgroup of cyclic group is cyclic.

வட்டக் குலத்தின் ஒவ்வொரு உட்குலமும் வட்டக்குலம் ஆகும் என நிறுவுக.

18. State and prove fundamental theorem of Homomorphism.

செயல்மாறாக் கோர்த்தலுக்கான அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

19. Prove that \mathbb{Z}_n is an integral domain $\Leftrightarrow n$ is prime.

\mathbb{Z}_n ஒரு எண் அரங்கம் $\Leftrightarrow n$ ஒரு பகா எண் என நிறுவுக.

20. Let R be a commutative ring with identity. Prove that an ideal M of R is maximal $\Leftrightarrow R/M$ is a field.

R என்பது சமனியுடன் ஒரு பரிமாற்று வளையம் என்க. R ன் சீர்வளையம் M மீப்பெருமம் ஆவதற்கு தேவையான போதுமான நிபந்தனை R/M என்பது களம் ஆகும் என நிறுவுக.

F-0236

Sub. Code

7BMA3C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Third Semester

Mathematics

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ITS APPLICATIONS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Section A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Solve : $(D^2 - 3D + 2)y = 0$

தீர்க்க: $(D^2 - 3D + 2)y = 0$

2. Write the condition for exactness.

துல்லியமாவதற்குரிய நிபந்தனை எழுதுக.

3. Solve : $\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2y^2} = 2$

தீர்க்க: $\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2y^2} = 2$

4. Write the general form of linear equations with variable coefficients.

மாறுபடும் குணகங்களைக் கொண்ட ஒருபடி சமன்பாட்டின் பொது வடிவத்தை எழுதுக.

5. What is the condition for integrability?

தொகையிடுதலின் நிபந்தனை யாது?

6. Define: Total differential equation.

வரையறு: முழு வகைக்கெழுச் சமன்பாடு.

7. Form PDE: $Z = ax + by + a^2 + b^2$

PDE : அமைக்க $Z = ax + by + a^2 + b^2$.

8. Define: Singular solution.

வரையறு: தனித்த தீர்வு.

9. State Newton's 2nd law.

நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியை எழுதுக.

10. Define: Free fall.

வரையறு: தடையில்லா வீழ்ச்சி

Section B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Solve: $(1 + e^x y + x e^x y)dx + (x e^x + 2)dy = 0$

தீர்க்க: $(1 + e^x y + x e^x y)dx + (x e^x + 2)dy = 0$

Or

(b) Solve: $y = p \sin p + \cos p$

தீர்க்க: $y = p \sin p + \cos p$

12. (a) Solve: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = bx$

தீர்க்க: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 2y = bx$

Or

(b) Solve: (i) $Dx - (D+1)y = -e^t$

(ii) $x + (D-1)y = e^{2t}$

தீர்க்க: (i) $Dx - (D+1)y = -e^t$

(ii) $x + (D-1)y = e^{2t}$

13. (a) Explain variation of parameters methods.

அளவுறு மாறுபாடு முறையை விவரி.

Or

(b) Solve: $(mz - ny)dx + (nx - lz)dy + (ly - mx)dz = 0$

தீர்க்க: $(mz - ny)dx + (nx - lz)dy + (ly - mx)dz = 0$

14. (a) Form the partial differential equation by eliminating a, b, c from $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ லிருந்து a, b, c ஐ நீக்கி பகுதி வகைக் கெழுச் சமன்பாடு அமைக்க.

Or

(b) Find the complete and singular solution of $Z = xp + yq + p^2 - q^2$

$Z = xp + yq + p^2 - q^2$ -ற்கு முழு மற்றும் தனித்த தீர்வு காண்க.

15. (a) Explain retarded form of falling bodies.

வீழும் பொருட்களின் நேரற்ற வீழ்ச்சி வடிவத்தை விவரி.

Or

- (b) Write the working rule to find orthogonal trajectory.

செங்குத்து எறிவு வரையைக் காணும் செயல் விதிகளை எழுதுக.

Section C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve: $(D^2 + 4)y = x^2$

தீர்க்க: $(D^2 + 4)y = x^2$

17. Solve: $\frac{dx}{y^2(x-y)} = \frac{dy}{-x^2(x-y)} = \frac{dz}{z(x^2+y^2)}$

தீர்க்க: $\frac{dx}{y^2(x-y)} = \frac{dy}{-x^2(x-y)} = \frac{dz}{z(x^2+y^2)}$

18. Solve by variation of parameters method $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$.

மாறுபடும் அளவுருக்களின் முறையில் தீர்க்க: $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$.

19. Solve by Charpit's method $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$.

சார்பிடஸ் முறையில் தீர்க்க: $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$.

20. Explain Brachistochrone problem.

ஃபிராசில்டோக்ரோன் பிரச்சனையை விளக்குக.

F-0237

Sub. Code

7BMA4C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023.

Fourth Semester

Mathematics

TRANSFORM TECHNIQUES

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Find : $L(t \cos 3t)$.

காண்க : $L(t \cos 3t)$.

2. Find : $L(f(t))$ where $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < b \\ -1 & b < t < 2b \end{cases}$.

காண்க : $L(f(t))$ இதில் $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < b \\ -1 & b < t < 2b \end{cases}$.

3. Find : $L^{-1}\left(\frac{s}{2s^2 - 8}\right)$.

காண்க : $L^{-1}\left(\frac{s}{2s^2 - 8}\right)$.

4. Find : $L^{-1}\left(\frac{1}{(s-3)^5}\right)$.

காண்க : $L^{-1}\left(\frac{1}{(s-3)^5}\right)$.

5. Define Fourier coefficients in $(0, 2\pi)$.
 $(0, 2\pi)$ ல் ஃபூரியர் குணகங்களை வரையறுக்க.
6. Find ' a_0 ' in the Fourier series expansion of $f(x)=|x|$ in $-\pi < x < \pi$.
 $-\pi < x < \pi$ -ல் $f(x)=|x|$ -ன் ஃபூரியர் தொடர் விரிவில் ' a_0 ' காண்க.
7. State Fourier integral theorem.
ஃபூரியர் தொகையீட்டுத் தேற்றத்தை கூறுக.
8. State the linear property of Fourier transform.
ஃபூரியர் உருமாற்றத்தின் ஒருபடிப்பண்பைக் கூறுக.
9. Define : Z-transform.
வரையறு : Z-உருமாற்றம்.
10. Prove : $Z(a^n) = \frac{z}{z-a}$.
நிறுவுக : $Z(a^n) = \frac{z}{z-a}$.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Evaluate : $L\left(\frac{e^{-3t} - e^{-4t}}{t}\right)$.

மதிப்பிடுக : $L\left(\frac{e^{-3t} - e^{-4t}}{t}\right)$.

Or

(b) Find $L(\sin^3 3t + \cosh^3 3t)$.

காண்க $L(\sin^3 3t + \cosh^3 3t)$.

12. (a) Evaluate : $L^{-1}\left(\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right)$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left(\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right)$.

Or

(b) Evaluate : $L^{-1}\left[\frac{s+3}{(s^2+bs+13)^2}\right]$.

மதிப்பிடுக : $L^{-1}\left[\frac{s+3}{(s^2+bs+13)^2}\right]$.

13. (a) Obtain a Fourier series for $f(x)=\begin{cases} \pi+2x & -\pi < x \leq 0 \\ \pi-2x & 0 < x < \pi \end{cases}$.

$f(x)=\begin{cases} \pi+2x & -\pi < x \leq 0 \\ \pi-2x & 0 < x < \pi \end{cases}$ -ற்கு ஃபூரியர் தொடர் பெறுக.

Or

(b) Obtain the half range cosine series for $f(x)=x$ in $(0,\pi)$.

$f(x)=x$ -ற்கு $(0,\pi)$ -ல் அரை வீச்சு கொசைன் தொடர் பெறுக.

14. (a) Find the Fourier cosine integral of the function e^{-ax} .

சார்பு e^{-ax} -ன் ஃபூரியர் கொசைன் தொகையிடல் காண்க.

Or

(b) Find $F_c(5e^{-2x}+2e^{-5x})$.

காண்க $F_c(5e^{-2x}+2e^{-5x})$.

15. (a) Prove : $Z\left(\frac{1}{n+1}\right)=z \log\left(\frac{z}{z-1}\right)$.

நிறுவுக : $Z\left(\frac{1}{n+1}\right)=z \log\left(\frac{z}{z-1}\right)$.

Or

- (b) State and prove the first shifting property of Z-transform.

Z-உருமாற்றத்தின் முதல் பெயர்ச்சிப் பண்பைக் கூறி நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find (a) $L\left(\frac{\cos 2t - \cos 3t}{t}\right)$ (b) $L(te^{-t} \sin^2 t)$.

காண்க (அ) $L\left(\frac{\cos 2t - \cos 3t}{t}\right)$ (ஆ) $L(te^{-t} \sin^2 t)$.

17. Using Laplace transform solve $y'' + y = ze^t$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க

$$y'' + y = ze^t; y(0) = 1; y'(0) = 2.$$

18. Find the half range sine series for $f(x) = x(\pi - x)$ in $(0, \pi)$.

Deduce that $\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \dots = \frac{\pi^3}{32}$.

$(0, \pi)$ ல் $f(x) = x(\pi - x)$ -ற்கு அரை வீச்சு சைன் தொடர்

காண்க. $\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \dots = \frac{\pi^3}{32}$ எனவும் தருவி.

19. State and prove Parseval's identity.

பார்சிவல்ஸ் சமனியைக் கூறி நிறுவுக.

20. Solve using Z-transform :

$$y(n+2) - 3y(n+1) + 2y(n) = 2^n, y(0) = 0, y(1) = 0.$$

Z-உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க :

$$y(n+2) - 3y(n+1) + 2y(n) = 2^n, y(0) = 0, y(1) = 0.$$

F-0238

Sub. Code

7BMA4C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fourth Semester

Mathematics

LINEAR ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define a Vector space.
ஒரு திசையன் (வெக்டர்) வெளியை வரையறு.
2. Define a linear transformation.
ஒரு நேரியல் உருமாற்றத்தை வரையறு.
3. Prove that : $\dim V = \text{rank } T + \text{nullity } T$.
நிறுவுக : $\dim V = \text{rank } T + \text{nullity } T$
4. Define a minimal generating set.
ஒரு மீச்சிறு உருவாக்கக் கணத்தை வரையறு.
5. Prove that : $\langle \alpha u + \beta v, w \rangle = \alpha \langle u, w \rangle + \beta \langle v, w \rangle$.
நிறுவுக : $\langle \alpha u + \beta v, w \rangle = \alpha \langle u, w \rangle + \beta \langle v, w \rangle$.
6. Define an orthonormal set.
ஒரு நெறிம அலகு செங்குத்து கணத்தை வரையறு.

7. If A is a square matrix then prove that $A - A^T$ is skew symmetric matrix.

A என்பது ஒரு சதுர அணி எனில் $A - A^T$ எதிர்ச்சமச்சீர் அணி என நிறுவுக.

8. Define the coefficient matrix.

கெழு அணியை வரையறு.

9. Find the characteristic polynomial of $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ -ன் சிறப்பியல்பு பல்லுறுப்புக் கோவையைக் காண்க.

10. Find the matrix of the bilinear form $f(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$ with respect to the standard basis in $V_2(R)$.

$V_2(R)$ -ல் வழக்கமான அடிக்கணத்தைப் பொருத்து $f(x, y) = x_1y_2 - x_2y_1$ என்ற இருமாறி நேரியல் அமைப்பின் அணியைக் காண்க.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let V be a vector space over a field F . Prove that a non-empty subset W of V is a subspace of V iff $u, v \in W$ and $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$.

V என்பது F என்ற ஒரு புலத்தின் மேல் உள்ள ஒரு திசையன் வெளியாகும். ஒரு வெறுமையற்ற உட்கணம் W , V -ன் ஒரு உள்வெளியாவதற்குத் தேவையான மற்றும் போதுமானது $u, v \in W$ மற்றும் $\alpha, \beta \in F \Rightarrow \alpha u + \beta v \in W$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Let V be a vector space over a field F and $S, T \subseteq V$, then prove that $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$.

V என்பது F என்ற ஒரு புலத்தின் மேல் உள்ள ஒரு திசையன் வெளி மற்றும் $S, T \subseteq V$ எனில் $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$ என நிறுவுக.

12. (a) Prove that any subset of a linearly independent set is linearly independent.

ஒரு நேரியலான சார்பற்ற கணத்தின் எந்த ஒரு உட்கணமும் நேரியல் சார்பற்றது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that any vector space of dimension n over a field F is isomorphic to $V_n(F)$.

F என்ற புலத்தின் மேல் உள்ள n பரிமாணத்தை உடைய எந்த ஒரு திசையன் வெளியும் $V_n(F)$ -ற்கு சம ஒப்புமையானது என நிறுவுக.

13. (a) Find the linear transformation $T : V_3(R) \rightarrow V_3(R)$

determined by the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ with respect

to the standard basis $\{e_1, e_2, e_3\}$.

$\{e_1, e_2, e_3\}$ என்ற செந்தர அடிப்படையைப் பொறுத்து

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியால் தீர்மானிக்கப்படும்

$T : V_3(R) \rightarrow V_3(R)$ என்ற நேரியல் உருமாற்றத்தைக் காண்க.

Or

- (b) State and prove Schwartz's inequality.

ஸ்வார்ட்ஸ் சமனின்மையை எழுதி நிறுவுக.

14. (a) Compute the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியின் நேர்மாறு}$$

கணக்கிடுக.

Or

(b) Find the rank of the following matrix

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

பின்வரும் அணியின் தர எண் காண்க.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

15. (a) Verify Cayley Hamilton's theorem for the following matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

பின்வரும் அணிக்கு கெய்லி ஹாமில்டன் தேற்றத்தை சரிபார்.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Or

(b) Reduce the Quadratic form $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2^2 + 16x_2x_3 + 4x_3^2$ to the diagonal form.

$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2^2 + 16x_2x_3 + 4x_3^2$ என்ற இருபடிவடிவத்தை மூலைவிட்ட வடிவத்திற்கு சுருக்குக.

Part C (3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove the fundamental theorem of homomorphism.

செயல்மாறாக் கோர்த்தலின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

17. Let V be a finite dimensional vector space over a field F . Let A and B be subspaces of V . Then prove that $\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$.

V என்பது F என்ற புலத்தின் மேல் உள்ள ஒரு முடிவுறு பரிமாணத்தை உடைய திசையன் வெளி. A மற்றும் B என்பன V -ன் உள்வெளிகளாகும்.

$\dim(A + B) = \dim A + \dim B - \dim(A \cap B)$ என நிறுவுக.

18. Apply Gram-Schmidt process to construct an orthonormal basis for $V_3(\mathbb{R})$ with the standard inner product for the basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ where $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 3, 1)$, $v_3 = (3, 2, 1)$.

கிராம் ஷ்மிட் செய்முறையைப் பயன்படுத்தி $\{v_1, v_2, v_3\}$ என்ற $V_3(\mathbb{R})$ -ன் அடிக்கணத்திற்கு அடிப்படை உள்பெருக்கலை பொறுத்து ஒரு நெறிம அலகு செங்குத்து அடிக்கணத்தை உருவாக்கவும், இங்கு $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 3, 1)$, $v_3 = (3, 2, 1)$.

19. Show that the following equations are consistent and solve them.

$$\begin{aligned}x - 4y - 3z &= -16 \\4x - y + 6z &= 16 \\2x + 7y + 12z &= 48 \\5x - 5y + 3z &= 0\end{aligned}$$

பின்வரும் சமன்பாடுகள் இசைவுள்ளன எனக்காட்டுக மற்றும் அதனை தீர்க்க.

$$\begin{aligned}x - 4y - 3z &= -16 \\4x - y + 6z &= 16 \\2x + 7y + 12z &= 48 \\5x - 5y + 3z &= 0\end{aligned}$$

20. Find the eigen values and eigen vectors of the following matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

பின்வரும் அணிக்கு ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

F-0239

Sub. Code

7BMA5C1

B.Sc DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fifth Semester

Mathematics

REAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** the questions.

1. Define a countable set and give an example.
ஒரு எண்ணிடத்தக்க கணத்தை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
2. What is an open ball?
திறந்த பந்து என்றால் என்ன?
3. Define: Interior of a set.
வரையறு : ஒரு கணத்தின் அகம்.
4. What is a dense set?
அடர்த்தியான கணம் என்றால் என்ன?
5. Define: continuity.
வரையறு : தொடர்ச்சி.
6. Give an example of a uniformly continuous function.
சீரான தொடர்ச்சி சார்பிற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
7. Define a connected set.
ஒரு இணைந்த கணத்தை வரையறு.

8. Give an example to show that a subspace of a connected metric space need not be connected.
ஒரு இணைந்த யாப்பு வெளியின் உள் வெளி இணைந்ததாக இருக்க வேண்டியதில்லை எனக் காட்ட ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.
9. Define: Compact metric space.
வரையறு : கச்சிதமான யாப்பு வெளி.
10. What is sequentially compact?
தொடர்பு கச்சிதமான யாப்பு வெளி என்றால் என்ன?

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) State and Prove Minkowski's inequality.
மின் கௌஸ்கியின் சமனின்மையை கூறி நிறுவுக.
- Or
- (b) Prove that in any metric space the intersection of a finite number of open sets is open.
எந்த ஒரு யாப்பு வெளியிலும் முடிவுறு திறந்த கணங்களின் வெட்டும் திறந்தது என நிறுவுக.
12. (a) Let M be a metric space and M_1 , a subspace of M . If $A_1 \subseteq M_1$, then prove that A_1 is open in M_1 iff there exists an open set A in M such that $A_1 = A \cap M_1$.
 M ஒரு யாப்பு வெளி மற்றும் M_1 என்பது M ன் உள் வெளி என்க. $A_1 \subseteq M_1$ எனில் A_1 ஆனது M_1 -ல் திறந்ததாக இருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை $A_1 = A \cap M_1$ எனும்மாறு ஒரு திறந்த கணம் A ஐ M பெற்றிருக்கும் என்பதாகும் என நிறுவுக.
- Or
- (b) Prove that C with usual metric is complete.
வழக்கமான யாப்பின் கீழ் C முழுமையானது என நிறுவுக.

13. (a) Prove that the metric spaces $(0,1)$ and $(0,\infty)$ with usual metrics are homeomorphic.
வழக்கமான யாப்புகளின் கீழ் $(0,1)$ மற்றும் $(0,\infty)$ வடிவொப்புமையானவை என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that the function $f : (0,1) \rightarrow R$ defined by $f(x) = \frac{1}{x}$ is not uniformly continuous.
 $f(x) = \frac{1}{x}$ என வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f : (0,1) \rightarrow R$ சீரான தொடர்ச்சியல்ல என நிறுவுக.

14. (a) If A is a connected subset of a metric space M , prove that \overline{A} is connected.
 A என்பது ஒரு யாப்பு வெளி M -ன் ஒரு இணைந்த உட்கணம் எனில், \overline{A} -ம் இணைந்தது என நிறுவுக.

Or

- (b) State and prove intermediate value theorem.
இடைநிலை மதிப்பு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.
15. (a) Prove that any compact subset of a metric space is bounded.
ஒரு யாப்பு வெளியின் எந்த ஒரு கச்சிதமான உட்கணமும் வரம்புடையது என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that continuous image of a compact metric space is compact.
ஒரு கச்சிதமான யாப்பு வெளியின் தொடர்ச்சியான பிம்பம் கச்சிதமானது என நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that R is uncountable.
 R எண்ணிடத்தக்கதல்ல என நிறுவுக.

17. State and Prove Cantor intersection theorem.
கேன்டர் வெட்டுத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.
18. (a) Prove that f is continuous \Leftrightarrow inverse image of every open set is open.
(b) If (M_1, d_1) and (M_2, d_2) are two metric spaces then prove that $f: M_1 \rightarrow M_2$ is continuous $\Leftrightarrow f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ for all $A \subseteq M_1$.
(அ) நிறுவுக : f தொடர்ச்சியானது \Leftrightarrow ஒவ்வொரு திறந்த கணத்தின் பிரதி பிம்பம் திறந்தது.
(ஆ) (M_1, d_1) மற்றும் (M_2, d_2) இரு யாப்பு வெளிகள் எனில் நிறுவுக. $f: M_1 \rightarrow M_2$ தொடர்ச்சியானது \Leftrightarrow அனைத்து $A \subseteq M_1$ ற்கு $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$.
19. Prove that a subspace of R is connected iff it is an interval.
 R ன் ஒரு உள்வெளி இணைந்திருப்பதற்கு தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அது இடைவெளியாக இருத்தலாகும் என நிறுவுக.
20. In any metric space M , Prove that the following statements are equivalent.
(a) M is compact
(b) Any infinite subset of M has a limit point
(c) M is sequentially compact
(d) M is totally bounded and complete.
எந்த ஒரு யாப்பு வெளி M ல் கீழ்வரும் கூற்றுகள் சமானமானவை என நிறுவுக.
(அ) M கச்சிதமானது
(ஆ) M ன் எந்த ஒரு முடிவுற்ற உட்கணத்திற்கும் ஒரு எல்லைப் புள்ளி உண்டு
(இ) M தொடர்பு கச்சிதமானது
(ஈ) M முழு வரம்புடையது மற்றும் முழுமையானது.

F-0240

Sub. Code

7BMA5C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fifth Semester

Mathematics

STATISTICS – I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define Weighted mean.

நிலையிட்ட சராசரியை வரையறு.

2. Find the range for the following values.

20, 22, 27, 30, 40, 48, 45, 32, 31, 35

பின்வரும் மதிப்புகளின் வீச்சு காண்க.

20, 22, 27, 30, 40, 48, 45, 32, 31, 35

3. Define μ'_r .

μ'_r -ஐ வரையறு.

4. Write the formula for Bowley's coefficient of skewness.

பௌலியின் கோட்டக் கெழுக்கான சூத்திரத்தை எழுதுக.

5. Define Correlation.

ஒட்டுறவை வரையறு.

6. What is the angle between the two regression lines?

இரண்டு தொடர்புப் போக்குக் கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணம் என்ன?

7. Prove that : $E = (1 - \nabla)^{-1}$.

நிறுவுக : $E = (1 - \nabla)^{-1}$.

8. If $(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = \frac{N}{2}$, then prove that $(A\beta) = (\alpha B)$.

$(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = \frac{N}{2}$ எனில், $(A\beta) = (\alpha B)$ என நிறுவுக.

9. Define Geometric mean Index number.

பெருக்கல் சராசரி குறியீட்டெண்ணை வரையறு.

10. Write the components of a time series.

காலம்சார் தொடரின் கூறுகளை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find the Geometric Mean and Harmonic Mean of the following distribution.

$x:$ 1 2 3 4 5

$y:$ 2 4 3 2 1

பின்வரும் பரவலின் பெருக்கல் சராசரி மற்றும் இசைச் சராசரி காண்க.

$x:$ 1 2 3 4 5

$y:$ 2 4 3 2 1

Or

(b) Find the standard deviation for the following data.

$x:$ 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

$y:$ 1 5 11 15 12 7 3 3 0 1

பின்வரும் விவரங்களுக்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

$x:$ 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

$y:$ 1 5 11 15 12 7 3 3 0 1

12. (a) Calculate the Karl Pearson's coefficient of skewness.

Wages in Rs. : 10 11 12 13 14 15

Frequency : 2 4 10 8 5 1

கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக் கெழுவை கணக்கிடுக.

ஊதியம் ரூ. : 10 11 12 13 14 15

அலைவெண் : 2 4 10 8 5 1

Or

(b) Fit a straight line to the following data.

$x:$ 0 1 2 3 4

$y:$ 2.1 3.5 5.4 7.3 8.2

பின்வரும் விவரங்களுக்கு நேர்கோடு பொருத்துக.

$x:$ 0 1 2 3 4

$y:$ 2.1 3.5 5.4 7.3 8.2

13. (a) Find the correlation coefficient for the following data.

$x:$ 10 12 18 24 23 27

$y:$ 13 18 12 25 30 10

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒட்டுறவுக் கெழு காண்க.

x : 10 12 18 24 23 27
 y : 13 18 12 25 30 10

Or

- (b) Find the rank correlation coefficient between the height and weight of 6 soldiers in Indian Army.

Height : 165 167 166 170 169 172

Weight : 61 60 63.5 63 61.5 64

இந்திய இராணுவத்தின் 6 சிப்பாய்களின் உயரம் மற்றும் எடையிற்கு இடையிலான தர ஒட்டுறவுக் கெழு காண்க.

உயரம் : 165 167 166 170 169 172

எடை : 61 60 63.5 63 61.5 64

14. (a) If $U_{75} = 246$; $U_{80} = 202$; $U_{85} = 118$; $U_{90} = 40$ then find U_{79} .

$U_{75} = 246$; $U_{80} = 202$; $U_{85} = 118$; $U_{90} = 40$ எனில் U_{79} -ஐ காண்க.

Or

- (b) Find U_x for the following data and hence find U_3 .

x 0 1 2 5

U_x 2 3 12 147

பின்வரும் விவரங்களுக்கு U_x -ஐ காண்க மற்றும் அதன் மூலம் U_3 -ஐ காண்க.

x 0 1 2 5

U_x 2 3 12 147

15. (a) Find the cost of living index for the following data.

Items	Price		Weight
	1991	1992	
Food	700	850	40
Clothing	300	280	15
Rent	200	225	7
Fuel	70	82	5
Medicine	100	135	9
Education	500	550	12
Entertainment	100	90	10
Misc.	475	425	23

பின்வரும் விவரங்களுக்கு வாழ்க்கைத்தரக் குறியீட்டெண் காண்க.

பொருட்கள்	விலை		எடை
	1991	1992	
உணவு	700	850	40
ஆடை	300	280	15
வாடகை	200	225	7
எரிபொருள்	70	82	5
மருந்து	100	135	9
கல்வி	500	550	12
பொழுதுபோக்கு	100	90	10
இதர செலவுகள்	475	425	23

Or

- (b) Compute the seasonal indices for the following data by simple average method.

Season	1990	1991	1992	1993	1994
Summer	68	70	68	65	60
Monsoon	60	58	63	56	55
Autumn	61	56	68	56	55
Winter	63	60	67	55	58

Prices in different season

பின்வரும் விவரங்களுக்கு எளிய சராசரி முறைப்படி பருவ கால குறியீடுகளைக் கணக்கிடுக.

வெவ்வேறு பருவங்களில் விலைகள்

(பருவம்) காலம்	1990	1991	1992	1993	1994
கோடை காலம்	68	70	68	65	60
பருவ மழை காலம்	60	58	63	56	55
இலையுதிர் காலம்	61	56	68	56	55
குளிர் காலம்	63	60	67	55	58

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find the Mean, Median and Mode of the following frequency distribution.

Class	Frequency	Class	Frequency
20 – 24	3	40 – 44	12
25 – 29	5	45 – 49	6
30 – 34	10	50 – 54	3
35 – 39	20	55 – 59	1

பின்வரும் அலைவெண் பரவலுக்கு சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு காண்க.

வகுப்பு	அலைவெண்	வகுப்பு	அலைவெண்
20 – 24	3	40 – 44	12
25 – 29	5	45 – 49	6
30 – 34	10	50 – 54	3
35 – 39	20	55 – 59	1

17. Fit the curve $y = bx^a$ to the following data.

x :	1	2	3	4	5	6
y :	1200	900	600	200	110	50

பின்வரும் விவரங்களுக்கு $y = bx^a$ என்ற வளைவரையை பொருத்துக.

x :	1	2	3	4	5	6
y :	1200	900	600	200	110	50

18. The two variables x and y have the regression lines $3x + 2y - 26 = 0$ and $6x + y - 31 = 0$.

Find :

- the mean values of x and y
- the correlation coefficient between x and y
- the variance of y if the variance of x is 25.

x மற்றும் y என்ற இரு மாறிகள் $3x + 2y - 26 = 0$ மற்றும் $6x + y - 31 = 0$ என்ற தொடர்பு போக்குக் கோடுகளைக் கொண்டுள்ளன.

- x மற்றும் y -ற்கான சராசரி மதிப்புகள்
- x மற்றும் y -ற்கு இடையிலான ஒட்டுறவுக் கெழு
- x -ன் பரவற்படி 25 எனில் y -ன் பரவற்படி இவற்றைக் காண்க.

19. If $N = 1200$; $(ABC) = 600$; $(\alpha\beta\gamma) = 50$; $(\gamma) = 270$;
 $(A\beta) = 36$; $(B\gamma) = 204$; $(A) - (\alpha) = 192$; $(B) - (\beta) = 620$.
 Find the remaining ultimate class frequencies.

$N = 1200$; $(ABC) = 600$; $(\alpha\beta\gamma) = 50$; $(\gamma) = 270$;
 $(A\beta) = 36$; $(B\gamma) = 204$; $(A) - (\alpha) = 192$; $(B) - (\beta) = 620$
 எனில் மீதமுள்ள வகுப்பு அலைவெண்களைக் காண்க.

20. Calculate :

- (a) Laspeyre's
 (b) Bowley's
 (c) Paasche's
 (d) Fishers index number for the following data.

Commodities	Base Year 1990		Current Year 1992	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

பின்வரும் விவரங்களுக்கு

- (அ) லாஸ்பியர்
 (ஆ) பெளலி
 (இ) பாஸ்கி
 (ஈ) பிஸ்சர் குறியீட்டெண்களைக் காண்க.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு 1990		நடப்பு ஆண்டு 1992	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	10	3	12
B	5	16	6.5	11
C	3.5	18	4	16
D	7	21	9	25
E	3	11	3.5	20

F-0241

Sub. Code

7BMA5C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fifth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH — I

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. What is meant by linear programming?

ஒருபடி செயல்திட்டம் என்றால் என்ன?

2. Define Basic solution.

அடிப்படை தீர்வினை வரையறு.

3. Define primal problem.

முதன்மை கணக்கை வரையறு.

4. Find the dual of the following problem.

Minimize $Z = 4x_1 + 6x_2 + 18x_3$

Subject to $x_1 + 3x_2 \geq 3$

$x_2 + 2x_3 \geq 5$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

பின்வரும் கணக்கின் இருமம் காண்க.

மீச்சிறிதாக்கு $Z = 4x_1 + 6x_2 + 18x_3$

Subject to $x_1 + 3x_2 \geq 3$

$x_2 + 2x_3 \geq 5$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

5. Define loops in transportation problem.
போக்குவரத்து கணக்கில் கண்ணி என்பதை வரையறு.
6. State the necessary and sufficient condition for the existence of a feasible solution in Transportation problem.
போக்குவரத்து கணக்கிற்கு இசைந்த தீர்வு இருப்பதற்கான தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனையைக் கூறுக.
7. Write the mathematical formulation of an assignment problem.
ஒதுக்கீட்டு கணக்கின் கணித அமைப்பினை எழுதுக.
8. What is an unbalanced assignment problem?
சமனற்ற ஒதுக்கீட்டு கணக்கு என்றால் என்ன?
9. Define sequencing problem.
வரிசைப்படுத்துதல் கணக்கினை வரையறு.
10. Define total elapsed time.
மொத்த கடந்த நேரம் வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Explain the advantages of models in O.R.
O.R. ல் உள்ள மாதிரிகளின் பயன்களை விவரி.

Or

- (b) Solve graphically
Maximize $Z = 6x_1 + x_2$
Subject to $2x_1 + x_2 \geq 3$
 $x_2 - x_1 \geq 0$
 $x_1, x_2 \geq 0$

வரைபட முறையில் தீர்க்க
மீப்பெரிதாக்கு $Z = 6x_1 + x_2$

$$\begin{aligned} \text{ST } 2x_1 + x_2 &\geq 3 \\ x_2 - x_1 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

12. (a) Solve the following problem using Big M method.

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } 2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ 3x_1 + 4x_2 &\geq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

பின்வரும் கணக்கினை பெரிய M முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{ST } 2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ 3x_1 + 4x_2 &\geq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Or

(b) Use dual simplex method to solve the following LPP.

$$\text{Minimize } Z = 3x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } x_1 + x_2 &\geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

பின்வரும் L.P.P ஐ- இருமை பன்முக முறையினை பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$\text{மீச்சிறிதாக்கு } Z = 3x_1 + x_2$$

$$\begin{aligned} \text{ST } x_1 + x_2 &\geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

13. (a) Solve by North-West corner method.

	D	E	F	G	Available
A	11	13	17	14	250
B	16	18	14	10	300
C	21	24	13	10	400

Requirement 200 225 275 250

வடமேற்கு மூலை முறைப்படி தீர்க்க.

	D	E	F	G	இருப்பு
A	11	13	17	14	250
B	16	18	14	10	300
C	21	24	13	10	400

தேவை 200 225 275 250

Or

(b) Solve by least cost method.

	1	2	3	4	Availability
1	20	22	17	4	120
2	24	37	9	7	70
3	32	37	20	15	50

Requirement 60 40 30 110

மீச்சிறு செலவு முறைப்படி தீர்க்க.

	1	2	3	4	இருப்பு
1	20	22	17	4	120
2	24	37	9	7	70
3	32	37	20	15	50
தேவை	60	40	30	110	

14. (a) Explain Hungarian method of solving an assignment problem.

ஹங்கேரியன் முறையில் ஒதுக்கீட்டு கணக்கினை தீர்க்கும் முறையை விவரி.

Or

- (b) Solve the assignment problem.

	A	B	C	D
1	10	25	15	20
2	15	30	5	15
3	35	20	12	24
4	17	25	24	20

ஒதுக்கீட்டு கணக்கினை தீர்க்க.

	A	B	C	D
1	10	25	15	20
2	15	30	5	15
3	35	20	12	24
4	17	25	24	20

15. (a) Explain the sequencing problem for 'n' jobs on 2 machines.

'n' வேலைகள் 2 இயந்திர வரிசைப்படுத்துதல் கணக்கினை விவரி.

Or

- (b) Solve the sequencing problem.

Jobs :	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
Machine A :	1	3	8	5	6	3
Machine B :	5	6	3	2	2	10

வரிசைப்படுத்துதல் கணக்கினை தீர்க்க.

வேலைகள் :	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
எந்திரம் A :	1	3	8	5	6	3
எந்திரம் B :	5	6	3	2	2	10

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Solve by simplex method.

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Subject to } x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

தனிப் பன்முக முறையில் தீர்க்க

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{ST } x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

17. Using two-phase simplex method solve

$$\text{Maximize } Z = 5x_1 - 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{Subject to } 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 20$$

$$6x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 76$$

$$8x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 50$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

இருபடி தனிப் பன்முக முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க.

$$\text{மீப்பெரிதாக்கு } Z = 5x_1 - 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{ST } 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 20$$

$$6x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 76$$

$$8x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 50$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

18. Find the optimum solution to the following transportation problem.

	1	2	3	4	Availability
1	21	16	25	13	11
2	17	18	14	23	13
3	32	27	18	41	19
Requirement	6	10	12	15	

பின்வரும் போக்குவரத்து கணக்கிற்கு உகந்த தீர்வு காண்க.

	1	2	3	4	இருப்பு
1	21	16	25	13	11
2	17	18	14	23	13
3	32	27	18	41	19
தேவை	6	10	12	15	

19. Solve the following assignment problem.

	E	F	G	H
A	18	26	17	11
B	13	28	14	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

பின்வரும் ஒதுக்கீட்டு கணக்கினை தீர்க்க.

	E	F	G	H
A	18	26	17	11
B	13	28	14	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

20. Solve the following sequencing problem and find idle times.

Job	1	2	3	4	5
Machine A	8	10	6	7	11
Machine B	5	6	2	3	4
Machine C	4	9	8	6	5

பின்வரும் வரிசைப்படுத்துதல் கணக்கினை தீர்த்து வேலையற்ற நேரங்களைக் காண்க.

வேலை	1	2	3	4	5
எந்திரம் A	8	10	6	7	11
எந்திரம் B	5	6	2	3	4
எந்திரம் C	4	9	8	6	5

F-0242

Sub. Code

7BMAE1A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fifth Semester

Mathematics

Elective – GRAPH THEORY

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define the complement graph.
நிரப்பி கோட்டுருவை வரையறு.
2. What is a Ramsey number $r(m, n)$?
ராம்சே எண் $r(m, n)$ என்றால் என்ன?
3. Define a Connected Graph.
இணைந்த கோட்டுருவை வரையறு.
4. Give an example of a graph which is Euler but not Hamilton.
ஆய்லர் ஆனால் ஹாமில்டன் இல்லை எனுமாறு ஒரு கோட்டுருவை எடுத்துக்காட்டாக தருக.
5. Define a Tree.
மரம் வரையறு.

6. What is the number of perfect matching in $K_{m,n}$?

$K_{m,n}$ -ல் செவ்விய பொருத்தங்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

7. What is a four colour problem?

நான்கு வண்ண கணக்கு என்றால் என்ன?

8. Define a Planar Graph.

தள கோட்டுருவை வரையறு.

9. Define a Digraph.

திசைக்கோட்டுருவை வரையறு.

10. Define a chromatic polynomial.

வண்ண பல்லுறுப்பானை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove : $\alpha + \beta = p$.

நிறுவுக : $\alpha + \beta = p$.

Or

(b) Prove : $\alpha^1 + \beta^1 = p$.

நிறுவுக : $\alpha^1 + \beta^1 = p$.

12. (a) Explain Fleury's algorithm.

ப்லூரியின் செயல்முறையை விளக்குக.

Or

(b) Prove that the closure of G is well defined.

G -ன் அடைப்பு நன்கு வரையறுக்கப்பட்டது என நிறுவுக.

13. (a) Explain marriage problem.

திருமண கணக்கை விளக்குக.

Or

- (b) If G is acyclic and $p = q + 1$, prove that G is a tree.

G என்பது சுற்றுகளற்றது மற்றும் $p = q + 1$ எனில் G ஒரு மரம் என நிறுவுக.

14. (a) Prove that K_5 and $K_{3,3}$ are non-planar.

K_5 மற்றும் $K_{3,3}$ தளக்கோட்டுருக்கள் அல்ல என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove : $\chi(G) \leq +1 \max \delta(G')$.

நிறுவுக : $\chi(G) \leq +1 \max \delta(G')$.

15. (a) Prove that $\lambda^4 - 3\lambda^3 + 3\lambda^2$ is not a Chromatic polynomial for any graph.

$\lambda^4 - 3\lambda^3 + 3\lambda^2$ ஆனது எந்த ஒரு கோட்டுருவுக்கும் வண்ண பல்லுறுப்பான் அல்ல என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that every tournament has a Hamiltonian path.

எந்த ஒரு போட்டிக்கும் ஹாமில்டன் பாதை உண்டு என எழுதுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove, with usual notations, $\lceil(G) = \lceil(\overline{G})$ and $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

வழக்கமான குறியீடுகளின்படி $\lceil(G) = \lceil(\overline{G})$ மற்றும்

$\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$ என நிறுவுக.

17. State and prove Dirac's theorem.

டிராக்கின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

18. Prove that every tree has a centre with one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரத்திலும் ஒற்றை புள்ளி அல்லது இரண்டு அண்மைப்புள்ளிகளை கொண்ட மையம் இருக்கும் என நிறுவுக.

19. State and prove the Euler's theorem on planar graphs.

தளக்கோட்டுருக்களுக்கான ஆய்லர் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

20. Prove that a weak digraph D is Eulerian \Leftrightarrow every point of D has equal indegree and outdegree.

ஒரு நலிந்த கோட்டுரு D ஆய்லர் கோட்டுரு $\Leftrightarrow D$ -யின் ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் உள்படி மற்றும் வெளிப்படி சமன் என நிறுவுக.

F-0244

Sub. Code

7BMAE2A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Fifth Semester

Mathematics

Elective : NUMERICAL ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define transcendental equation.
விஞ்சிய சமன்பாட்டை வரையறு.
2. Write down the formula for False position method.
பிழைநிலை முறை சூத்திரத்தை எழுதுக.
3. Define shift operator E .
பெயர்ச்சி செயலி E -ஐ வரையறு.
4. Prove that : $\mu \equiv \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2})$
நிறுவுக : $\mu \equiv \frac{1}{2}(E^{1/2} + E^{-1/2})$
5. Write down the Newton's backward interpolation formula to find the derivative.
வகைக்கெழுவிடக்கான நியூட்டனின் பின்னோக்கு வேறுபாட்டு சூத்திரத்தை எழுதுக.

6. Write Simpson's 1/3 rule.

சிம்சன் 1/3 விதியை எழுதுக.

7. Write the difference between Gauss elimination and Gauss Jordan method.

காஸ் நீக்கல் மற்றும் காஸ் ஜோர்டான் முறைக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டை எழுதுக.

8. Write the condition for convergence of Gauss Seidel method.

காஸ் சீடல் முறை ஒருங்குவதற்கான நிபந்தனையை எழுதுக.

9. Write down Euler's modified formula.

ஆய்லரின் திருத்திய சூத்திரத்தை எழுதுக.

10. Write Runge-Kutta second order formula.

ரங்கே-குட்டே இரண்டாம் வரிசை சூத்திரத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Find a root of the equation $x^3 + x^2 - 1 = 0$ by iteration method.

மறு செய்கை முறைப்படி $x^3 + x^2 - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தை காண்க.

Or

(b) Find a root of the equation $x \sin x + \cos x = 0$ by Newton-Raphson method.

$x \sin x + \cos x = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தை நியூட்டன் ராப்சன் முறைப்படி காண்க.

12. (a) Prove that :

$$e^x \left(u_0 + x\Delta u_0 + \frac{x^2}{2!} \Delta^2 u_0 + \dots \right) = u_0 + u_1 x + u_2 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

நிறுவுக

$$e^x \left(u_0 + x\Delta u_0 + \frac{x^2}{2!} \Delta^2 u_0 + \dots \right) = u_0 + u_1 x + u_2 \frac{x^2}{2!} + \dots$$

Or

(b) Using Lagrange's interpolation formula, find the form of the function $y(x)$ from the following table.

x	0	1	3	4
y	-12	0	12	24

லெக்ராண்ஜி இடைச்செருகல் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி, பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, $y(x)$ என்ற சார்பின் வடிவத்தை காண்க.

x	0	1	3	4
y	-12	0	12	24

13. (a) Evaluate $I = \int_0^1 \sin \pi x \, dx$ using cubic spline method.

$I = \int_0^1 \sin \pi x \, dx$ -ஐ முப்படி ஸ்பைலன் முறைப்படி மதிப்பிடுக.

Or

(b) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ by Trapezoidal rule.

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ -ஐ டிரபிசாய்டல் விதி மூலம் மதிப்பிடுக.

14. (a) Solve the following system by Gauss Jordan method.

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

காஸ் ஜோர்டான் முறைப்படி பின்வரும் அமைப்பை தீர்க்கவும்.

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

Or

- (b) Solve the following system by Jacobi method.

$$10x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 3$$

$$-2x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 = 15$$

$$-x_1 - x_2 + 10x_3 - 2x_4 = 27$$

$$-x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 = -9$$

ஜகோபி முறைப்படி பின்வரும் அமைப்பை தீர்க்கவும்.

$$10x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 3$$

$$-2x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 = 15$$

$$-x_1 - x_2 + 10x_3 - 2x_4 = 27$$

$$-x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 = -9$$

15. (a) $y' = x - y^2$ and $y(0) = 1$, compute $y(0.1)$ using Taylor's series method.

$y' = x - y^2$ மற்றும் $y(0) = 1$, டெய்லர் தொடர் முறையில் $y(0.1)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

Or

- (b) Solve the equation $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$ by Picard's method.

$y' = x + y^2$, $y(0) = 1$ என்ற சமன்பாட்டை பிக்கார்டின் முறைப்படி தீர்க்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Find a positive root of the equation $xe^x = 1$ which lies between 0 and 1 by Bisection method.

$xe^x = 1$ -ன் மிகை மூலத்தை 0 மற்றும் 1-க்கு இடையில் இடைமதிப்பு முறையை பயன்படுத்தி காண்க.

17. The table below gives the values of $\tan x$ for $0.10 \leq x \leq 0.30$.

x	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$y = \tan x$	0.1003	0.1511	0.2027	0.2553	0.3093

Find

- (a) $\tan 0.12$
(b) $\tan 0.26$
(c) $\tan 0.50$

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் $0.10 \leq x \leq 0.30$ -ல் $\tan x$ -ன் மதிப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
$y = \tan x$	0.1003	0.1511	0.2027	0.2553	0.3093

காண்க

- (அ) $\tan 0.12$
(ஆ) $\tan 0.26$
(இ) $\tan 0.50$

18. From the following data, find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 1.2$ and $x = 2.2$.

பின்வரும் விவரங்களுக்கு $x = 1.2$ மற்றும் $x = 2.2$ -ல் $\frac{dy}{dx}$ மற்றும் $\frac{d^2y}{dx^2}$ - ஐ காண்க.

19. Solve the following equations by factorization method.

$$2x + 3y + z = 9$$

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$3x + y + 2z = 8$$

பின்வரும் சமன்பாடுகளை பகுத்தல் முறையில் தீர்க்க.

$$2x + 3y + z = 9$$

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$3x + y + 2z = 8$$

20. If $\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(0) = 2$ compute $y(0.1)$ and $y(0.2)$ using Runge-Kutta fourth order formula.

$\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(0) = 2$ எனில், ரங்கே-குட்டா நான்காம் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $y(0.1)$ மற்றும் $y(0.2)$ ஐ கணக்கிடுக.

F-0246

Sub. Code

7BMA6C1

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023.

Sixth Semester

Mathematics

MECHANICS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Find the magnitude and direction of resultant of two equal forces at an angle α .
கோணம் α -வில் உள்ள இரு சமமான விசைகளின் விளைவு விசைக்கு திசை மற்றும் அளவு காண்க.
2. Define the moment of a force.
விசையின் திருப்புத்திறனை வரையறு.
3. Define the co-efficient of friction.
உராய்வின் கெழுவை வரையறு.
4. Write the intrinsic equation of catenary.
சங்கிலியத்தின் உள்ளார்ந்த சமன்பாட்டை எழுது.
5. Define the angle of projection.
எறிபொருளின் கோணத்தை வரையறு.
6. Define the time of flight.
பறத்தலின் நேரம் வரையறு.
7. What is a direct impact?
நேரடி மோதல் என்றால் என்ன?
8. State the principle of conservation of momentum.
உந்தத்தின் காப்பு நில கொள்கையை கூறு.

9. Write the equation of motion in polar co-ordination.
துருவ அலைக் கூறுகளில் இயக்கத்தின் சமன்பாட்டை எழுது.
10. Write the polar equation of equiangular spiral.
சமகோண சுருளியின் துருவ சமன்பாட்டை எழுது.

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) State and prove the perpendicular of triangle of force.
விசைகளின் முக்கோணத்துக்கான செங்குத்தை கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) Find the condition for three forces to be in equilibrium.
சமநிலையில் மூன்று விசைகள் இருக்க நிபந்தனை காண்க.

12. (a) Find the radius of curvature at any point on the catenary.
சங்கிலியத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு விளவாரம் காண்க.

Or

- (b) State the law of friction.
உராய்வின் விதிகளை கூறு.

13. (a) Find the greatest height attained by a projectile.
எறிபொருள் அடையும் அதிகபட்ச உயரம் காண்க.

Or

- (b) Find the horizontal range of projectile.
எறிபொருளின் கிடைமட்ட வீச்சு காண்க.

14. (a) Find the velocities of two spheres after direct impact.

நேரடி மோதலுக்கு பின், இருகோளங்களின் திசைவேகங்களை காண்க.

Or

- (b) State the three fundamental laws of impact.

மோதலின் அடிப்படை விதிகள் மூன்றை கூறு.

15. (a) For the central orbit with usual notations, prove that $h = pv$.

மைய நியமப்பாடையை வழக்கமான குறியீடுகளின்படி $h = pv$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Find the $p-r$ equation of circle, pole at any point.

துருவம் ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு வட்டத்தின் $p-r$ சமன்பாடு காண்க.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. State and prove Varignon's theorem.

வாரிகானின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

17. Derive $y = c \cosh(x/c)$ for a catenary.

சங்கிலியத்துக்கு $y = c \cosh(x/c)$ -ஐ தருவி.

18. Prove that the path of the projectile is a parabola.

ஒரு எறிபொருளின் பாதை பரவளையம் ஆகும் என நிறுவுக.

19. Prove that there is a loss of kinetic energy due to direct impact of two spheres.

இரு கோளங்களின் நேரடி மோதலின் மூலம் இயக்க ஆற்றலில் இழப்பு உண்டு என காட்டுக.

20. Derive the differential equation of central orbit.

மைய நியமப்பாதையின் வகைக்கெழு சமன்பாட்டை தருவி.

F-0247

Sub. Code

7BMA6C2

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Sixth Semester

Mathematics

COMPLEX ANALYSIS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Express $w = z^3$ in the form $u(x, y) + iv(x, y)$.

$w = z^3$ ஐ, $u(x, y) + iv(x, y)$ என்ற வடிவத்தில் விரித்துக்காட்டுக.

2. Prove that the function $f(z) = \operatorname{Re} Z$ is nowhere differentiable.

$f(z) = \operatorname{Re} Z$ என்ற சார்பு வகைக்கெழு காணத்தக்கதில்லை என நிறுவுக.

3. Define Inversion.

நேர்மாற்றத்தை வரையறு.

4. Find the invariant points of the transformation $w = \frac{1+z}{1-z}$.

$w = \frac{1+z}{1-z}$ உருமாற்றத்தில், நிலைப்புள்ளிகளைக் காண்க.

5. Define piecewise differentiable curve.

துண்டுவரி வகைமையுறு வளைவரையை வரையறு.

6. State Liouville's theorem.

லியோவிலிஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.

7. Expand : Sinhz , Coshz

விவரிக்க : Sinhz , Coshz

8. Find the zero's of $f(z) = (z - 2i)^2 (z + 3)^3 e^z$.

$f(z) = (z - 2i)^2 (z + 3)^3 e^z$ -ன் பூஜ்ஜியங்களை காண்க.

9. State Cauchy's residue theorem.

காசியின் எச்சத் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. State Jordan's lemma.

ஜோர்டான் துணைத் தேற்றத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) If $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}$. Prove that $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial \bar{z}}$

$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}$ எனில் $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial \bar{z}}$ என நிறுவுக.

Or

(b) If $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ is an analytic function and

$u(x, y) = \frac{\text{Sin}2x}{\text{Cosh}2y + \text{Cos}2x}$, find $f(z)$.

$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ஒரு பகுப்பாய்வு சார்பு மற்றும்

$u(x, y) = \frac{\text{Sin}2x}{\text{Cosh}2y + \text{Cos}2x}$ எனில், $f(z)$ -ஐ காண்க.

12. (a) Find the image of the square region with vertices $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$, $(0,2)$ under the transformation $w = (1+i)z + (2+i)$.

$(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$, $(0,2)$ என்ற முனைகளை உடைய சதுரப் பகுதியின் பிம்பத்தை $w = (1+i)z + (2+i)$ என்ற உருமாற்றத்தின் கீழ் காண்க.

Or

- (b) Find the bilinear transformation which maps the points $z_1 = 2$, $z_2 = i$, $z_3 = -2$, onto $w_1 = 1$, $w_2 = i$, $w_3 = -1$ respectively.

$z_1 = 2$, $z_2 = i$, $z_3 = -2$ என்ற புள்ளிகளை $w_1 = 1$, $w_2 = i$, $w_3 = -1$ என்ற புள்ளிகளாக மாற்றக்கூடிய இருபடி உருமாற்றத்தைக் காண்க.

13. (a) Prove that : $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$.

நிறுவக : $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$

Or

- (b) State and prove the fundamental theorem of algebra.

இயற்கணித அடிப்படைத் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவக.

14. (a) Find the Laurent's series for $\frac{z}{(z+1)(z+2)}$ about $z = -2$.

$z = -2$. என்ற புள்ளியைச் சுற்றி $\frac{z}{(z+1)(z+2)}$ -ன் லாரன்ட்ஸ் தொடரை எழுதுக.

Or

- (b) State and prove Riemann's theorem.

ரீமான் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவக.

15. (a) Find the residue of $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ at $z = ai$

$\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ -க்கு $z = ai$ எச்சங்கள் காண்க.

Or

- (b) State and prove Rouché's theorem.
ரோச்சஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Derive Cauchy – Riemann equations in polar co-ordinates.

காசி – ரீமான் சமன்பாடுகளை போலார் அச்சுகளில் தருவி.

17. Prove that any bilinear transformation can be expressed as a product of translation, rotation, magnification or Contraction and inversion.

எந்த ஒரு இருபடி உருமாற்றத்தையும் பெயர்ப்பு, சுற்றல், உருப்பெருக்கம், சுருக்கம் மற்றும் நேர்மாற்றம் இவைகளின் பெருக்கமாக எழுத முடியும் என்று நிறுவுக.

18. State and Prove Cauchy's theorem.

காசியின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

19. State and prove Taylor's theorem.

டெய்லரின் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

20. Prove that : $\int_0^{\infty} \frac{x^4 dx}{x^6 - 1} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

நிறுவுக : $\int_0^{\infty} \frac{x^4 dx}{x^6 - 1} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

F-0248

Sub. Code

7BMA6C3

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Sixth Semester

Mathematics

STATISTICS – II

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define random experiment.

சமவாய்ப்பு சோதனையை வரையறு.

2. If $f(x) = c\left(\frac{2}{3}\right)^x$; $x=1,2,3,\dots$ find C.

$f(x) = c\left(\frac{2}{3}\right)^x$; $x=1,2,3,\dots$ எனில் C-ஐ காண்க.

3. Write the p.d.f for a binomial variate.

ஒரு ஈருறுப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பலனை எழுதுக.

4. Define Gamma distribution.

காமாப் பரவலை வரையறு.

5. What is meant by random sampling?

வாய்ப்புக் கூறு என்றால் என்ன?

6. Define alternative hypothesis.

மாற்று எடுகோளை வரையறு.

7. Define t-Test.

t-சோதனையை வரையறு.

8. Find the least value of r in a sample of 11 pairs from a bivariate normal population significant at 5% level.

5% பொருளுறு மிகைத்தன்மை மட்டத்தில், ஓர் இருமாறி இயல் மக்கள்தொகையிலிருந்து 11 ஜோடிகளின் மாதிரியில் r -யின் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

9. Define χ^2 test.

χ^2 -சோதனையை வரையறு.

10. State Yate's Correction.

யேட்ஸ் திருத்தத்தை எழுதுக.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** the questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) State and prove Baye's theorem.

பேயிஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

Or

(b) Prove that $\mu_r^{-1} = (-i)^r \left[\frac{\partial^r}{\partial t^r} (\phi(t)) \right]_{t=0}$

நிறுவுக $\mu_r^{-1} = (-i)^r \left[\frac{\partial^r}{\partial t^r} (\phi(t)) \right]_{t=0}$

12. (a) If X is a Poisson variable such that $P(X=1) = 0.3$ and $P(X=2) = 0.2$. Find $P(X=0)$.

X என்பது $P(X=1) = 0.3$ மற்றும் $P(X=2) = 0.2$ உடைய ஒரு பாய்சான் மாறி எனில், $P(X=0)$ -ஐ காண்க.

Or

- (b) In a normal distribution 31% of the items are under 45 and 8% are over 64. Find the mean and standard deviation.

ஒரு இயல் பரவலில் 31% பொருட்கள் 45-க்கு குறைவானவை மற்றும் 8% 64-க்கு மேல் உள்ளன, அதன் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க.

13. (a) A sample of 1000 products from a factory are examined and found to be 2.5% defective. Another sample of 1500 similar products from another factory are found to have only 2% defective. Can we conclude that the products of the first factory are inferior to those of the second?

ஒரு தொழிற்சாலையிலிருந்து 1000 பொருட்களின் மாதிரி ஆய்வு செய்யப்பட்டு 2.5% குறைபாடுள்ளதாகக் கண்டறியப்பட்டது. மற்றொரு தொழிற்சாலையிலிருந்து 1500 அதே மாதிரி பொருட்களின் மற்றொரு மாதிரியில் 2% குறைபாடு மட்டுமே உள்ளது, முதல் தொழிற்சாலையின் பொருட்கள் இரண்டாவது தொழிற்சாலையை விடத் தாழ்ந்தது என்று நாம் முடிவு செய்ய முடியுமா?

Or

- (b) In a random sample of 50 pairs of values the correlation was found to be 0.89. Is this consistent with the assumption that the correlation in the population is 0.84?

50 ஜோடி மதிப்புகளின் ஒரு வாய்ப்புக் கூறின் ஒட்டுறவு 0.89 என கண்டறியப்பட்டது. இது மக்கள் தொகையில் ஒட்டுறவு 0.84 என்ற கருதுகோளுடன் ஒத்துப்போகிறதா?

14. (a) A group of 10 rats fed on a diet A and another group of 8 rats fed on a different diet B recorded the following increase in weight in grams. Test whether diet A is superior to diet B.

Diet A 5 6 8 1 12 4 3 9 6 10

Diet B 2 3 6 8 1 10 2 8 - -

10 எலிகளை உடைய ஒரு குழுவிற்கு உணவு A மற்றும் 8 எலிகளை உடைய மற்றொரு குழுவிற்கு வேறொரு உணவு B-ம் கொடுக்கப்பட்டபோது அவற்றின் எடை அதிகரிப்பு கிராம்-ல் பின்வருமாறு பதிவு செய்யப்பட்டது. உணவு B -ஐ விட உணவு A உயர்ந்ததா என்பதை சோதிக்கவும்.

உணவு A 5 6 8 1 12 4 3 9 6 10

உணவு B 2 3 6 8 1 10 2 8 - -

Or

- (b) For a sample of size 19 a correlation of 0.36 was obtained. Can this be a from a population with Correlation coefficient $\rho = 0$?

19 அளவுடைய ஒரு கூறுக்கு ஒட்டுறவு 0,36 என பெறப்பட்டது. இது $\rho = 0$ என்பதை ஒட்டுறவுக் கெழுவாக உடைய ஒரு மக்கள் தொகையிலிருந்து வந்ததா?

15. (a) Test the hypothesis that $\sigma = 8$ and $s = 10$ for a random sample of size 51.

51 அளவுடைய ஒரு வாய்ப்புக் கூறில் $\sigma = 8$ மற்றும் $s = 10$ என்ற எடுகோளைச் சோதிக்கவும்.

Or

(b) Analyse the variance in the following Latin square.

B	20	C	17	D	25	A	34
A	23	D	21	C	15	B	24
D	24	A	26	B	21	C	19
C	26	B	23	A	27	D	22

பின்வரும் லத்தீன் சதுரத்தின் பரவற்படியைப் பகுப்பாய்வு செய்யவும்.

B	20	C	17	D	25	A	34
A	23	D	21	C	15	B	24
D	24	A	26	B	21	C	19
C	26	B	23	A	27	D	22

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. If $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \text{ \& } x \leq 0 \end{cases}$ then find the distribution function of X .

$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \text{ \& } x \leq 0 \end{cases}$ எனில் X -ன் பரவல் சார்பலனைக் காண்க.

17. A biased Coin was tossed 5 times and the experiment was repeated 200 times. The following frequencies of 0,1,2,3,4,5 heads were obtained. Fit a binomial distribution and find the expected frequencies.

No. of heads	0	1	2	3	4	5	Total
Frequencies	12	56	74	39	18	1	200

ஒரு பிறழ்ச்சியுடைய நாணயம் 5 முறை வீசப்பட்டது மற்றும் அந்த சோதனை 200 முறை மீண்டும் மீண்டும் நடத்தப்பட்டது. 0,1,2,3,4,5 தலைகளின் பின்வரும் அலைவெண்கள் பெறப்பட்டன. ஈருறுப்புப் பரவலை பொருத்துக மற்றும் எதிர்பார்ப்பு அலைவெண்களைக் காண்க.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5	மொத்தம்
அலைவெண்கள்	12	56	74	39	18	1	200

18. The mean production of wheat of a sample of 100 plots is 200 kgs per acre with s.d of 10 kgs. Another sample of 150 plots gives the mean production of wheat as 220 kgs with s.d. of 12 kgs. Assuming the s.d. of the 11 kgs for the universe find, at 1% level of significance, whether the two results are consistent.

100 நிலங்களையுடைய ஒரு மாதிரியில் கோதுமையின் சராசரி உற்பத்தி ஏக்கருக்கு 200 கிலோ மற்றும் திட்ட விலக்கம் 10 கிலோ. 150 நிலங்களையுடைய மற்றொரு மாதிரியில் கோதுமையின் சராசரி உற்பத்தி 220 கிலோ மற்றும் திட்டவிலக்கம் 12 கிலோ பிரபஞ்சத்திற்கு 11 கிலோ திட்ட விலக்கம் என கருதி. இரண்டு முடிவுகளும் சீராக உள்ளதா என 1% பொருளுகை மிகைத்தன்மை மட்டத்தில் காண்க.

19. Two random samples drawn from 2 normal populations are given below. Test whether the 2 population have the same variance.

Sample I 20 16 26 27 23 22 18 24

Sample II 17 23 32 25 22 24 28 6

Sample I 25 19 – – n=10

Sample II 31 33 20 27 n=12

இரண்டு இயல் மக்கள் தொகையிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட இரண்டு வாய்ப்புக் கூறுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரண்டு மக்கள் தொகைக்கும் ஒரே பரவற்படியா என்று சோதிக்கவும்.

கூறு I 20 16 26 27 23 22 18 24

கூறு II 17 23 32 25 22 24 28 6

கூறு I 25 19 – – n=10

கூறு II 31 33 20 27 n=12

20. Fit a Poisson distribution for the following data and test the goodness of fit.

x	0	1	2	3	4	5	6	Total
f	273	70	30	7	7	2	1	390

பின்வரும் விவரங்களுக்கு பாய்சான் பரவலை பொருத்துக
மற்றும் பொருத்தத்தின் செம்மையை சோதிக்கவும்.

x	0	1	2	3	4	5	6	மொத்தம்
f	273	70	30	7	7	2	1	390

F-0249

Sub. Code

7BMA6C4

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Sixth Semester

Mathematics

OPERATIONS RESEARCH – II

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Define a replacement problem.
இயந்திர மாற்று கணக்கு வரையறு.
2. What is group replacement policy?
குழுவை மாற்றியமைக்கும் திட்டம் என்றால் என்ன?
3. Define Buffer inventory.
தாங்கல் (Buffer) சரக்கிருப்பு வரையறு.
4. Define purchase cost and ordering cost.
கொள்முதல் செலவு மற்றும் ஆர்டர் செலவு வரையறு.
5. Define a queue.
வரிசை வரையறு.
6. Write Little's formula.
லிட்டில்'ஸ் சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Define predecessor and successor activity.

முன்னோடி செயல்பாடு மற்றும் பின்வரு செயல்பாடு வரையறு.

8. Define optimistic and pessimistic time.

சாதகமான நேரம் மற்றும் நம்பிக்கையற்ற நேரம் வரையறு.

9. Define a saddle point.

சேணப் புள்ளியை வரையறு.

10. Define optimum strategy.

உகந்த உத்தியை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) The cost of a machine in Rs. 12,200, its scrap value is Rs. 200. The running costs are as follows :

Year	1	2	3	4	5	6	7	8
Running cost	200	500	800	1,200	1,800	2,500	3,200	4,000

When should the machine be replaced?

ஒரு இயந்திரத்தின் விலை ரூ. 12,200. அதன் ஸ்கராப் மதிப்பு ரூ. 200 அதன் ஓட்டச் செலவு பின்வருமாறு :

ஆண்டு	1	2	3	4	5	6	7	8
ஓட்டச்செலவு	200	500	800	1,200	1,800	2,500	3,200	4,000

எப்போது அந்த இயந்திரத்தை மாற்ற வேண்டும்?

Or

- (b) Let $v = 0.9$ and initial price is Rs. 5,000. Running cost varies as follows :

Year	1	2	3	4	5	6	7
Running cost	400	500	700	1000	1,300	1,700	2,100

What would be the optimum replacement interval?

$v = 0.9$ மற்றும் ஆரம்ப விலை ரூபாய் 5,000. அதன் ஓட்டச் செலவு பின்வருமா வேறுபடுகிறது.

ஆண்டு	1	2	3	4	5	6	7
ஓட்டச் செலவு	400	500	700	1000	1,300	1,700	2,100

இயந்திரத்தை மாற்றுவதற்கான உகந்த இடைவெளி என்ன?

12. (a) A contractor has to supply 10,000 bearings per day to as automobile manufacturer. He finds that, he starts a production run, he can produce 25,000 bearings per day. The cost of holding a bearing in stock for one year is Rs. 2 and the set-up cost of a production run is Rs. 1,800. How frequently should production run be made?

ஒரு ஒப்பந்தக்காரர் ஒரு ஆட்டோமொபைல் உற்பத்தியாளருக்கு ஒரு நாளைக்கு 10,000 பியரிங்க்ஸ்களை வழங்க வேண்டும். அவர் ஒரு உற்பத்தி ஓட்டத்தை தொடங்கும் போது ஒரு நாளைக்கு 25,000 பியரிங்க்ஸ்களை உற்பத்தி செய்ய முடியும். ஒரு வருடத்திற்கு இருப்பு வைத்திருப்பதற்கான செலவு 2 ரூபாய் மற்றும் ஒரு உற்பத்தி ஓட்டத்தின் அமைவு செலவு 1800 ரூபாய். உற்பத்தி எவ்வளவு அடிக்கடி செய்யப்பட வேண்டும்?

Or

- (b) Explain the different types of inventories.

பல்வேறு வகையான சரக்கிருப்புகளை விளக்குக.

13. (a) Explain the operational characteristics of a queuing system.

ஒரு வரிசை அமைப்பின் செயல்பாட்டு பண்புகளை விளக்குக.

Or

- (b) In a railway marshalling yard, goods trains arrive at a rate of 30 trains per day. Assuming that the inter-arrival time follows an exponential distribution and the service time distribution is also exponential with an average 36 minutes. Calculate the following :

- (i) The mean queue size and
(ii) The probability that the queue size exceeds 10.

ஒரு ரயில்வே மார்ஷாலிங் யார்டில், ஒரு நாளைக்கு 30 ரயில்கள் வீதம் சரக்கு ரயில்கள் வருகின்றன. வருகைக்கு இடைப்பட்ட நேரம் மற்றும் சேவை நேர விநியோகமும் அதிவேக விநியோகத்தை சராசரியாக 36 நிமிடங்கள் பின்பற்றுகிறது எனில் பின்வருவனவற்றை கணக்கிடுங்கள்.

- (i) சராசரி வரிசை அளவு மற்றும்
(ii) வரிசை அளவு 10 ஐ தாண்டும் நிகழ்தகவு

14. (a) Explain the rules of network construction.
வலைப்பின்னல் அமைப்பு விதிகளை விளக்குக.

Or

- (b) Draw a network for the following data :

Activity	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Preceding Activities	None	A	A	B	A	B, E	C	D, F	G	H, I

பின்வரும் தரவுகளுக்கு நெட்வொர்க் வரைபடம் வரைக.

செயல்பாடு	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
முந்தைய செயல்பாடுகள்	None	A	A	B	A	B, E	C	D, F	G	H, I

15. (a) Solve the game :

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \\ A_1 \begin{pmatrix} -2 & 15 & -2 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} -5 & -6 & -4 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} -5 & 20 & -8 \end{pmatrix} \end{array}$$

ஆட்டத்தை தீர்க்க :

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \\ A_1 \begin{pmatrix} -2 & 15 & -2 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} -5 & -6 & -4 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} -5 & 20 & -8 \end{pmatrix} \end{array}$$

Or

(b) Solve the following game using dominance property.

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \\ A_1 \begin{pmatrix} 10 & 5 & -2 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} 13 & 12 & 15 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} 16 & 14 & 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

மேலாண்மை பண்புகளை பயன்படுத்தி பின்வரும் ஆட்டத்தை தீர்க்க.

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \quad B_3 \\ A_1 \begin{pmatrix} 10 & 5 & -2 \end{pmatrix} \\ A_2 \begin{pmatrix} 13 & 12 & 15 \end{pmatrix} \\ A_3 \begin{pmatrix} 16 & 14 & 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. The cost of a new machine is Rs. 5,000. The maintenance cost of n^{th} year is given by $C_n = 500(n - 1), n = 1, 2, \dots$. Suppose that the discount rate per year is 0.5. After how many years it will be economical to replace the machine by a new one?

ஒரு புதிய இயந்திரத்தின் விலை ரூபாய் 5,000 n வது வருடத்தின் பராமரிப்பு செலவு $C_n = 500(n - 1), n = 1, 2, \dots$ மற்றும் வருடத்திற்கு தள்ளுபடி விகிதம் 0.5 எனில் எத்தனை ஆண்டுகளுக்கு பிறகு புதிய இயந்திரத்தை மாற்றுவது உகந்ததாக இருக்கும்?

17. A company purchases 9000 pairs of a machine for its annual requirements, ordering one month usage at a time. Each part costs Rs. 20. The ordering cost per order is Rs. 15 and the carrying charges are 15% of the average inventory per year. You have been assigned to suggest a move economical purchasing policy for the company. What advise would you offer and how much would it save the company per year?

ஒரு நிறுவனம் அதன் வருடாந்திர தேவைக்கான ஒரு இயந்திரத்தின் 9000 பாகங்களை வாங்குகிறது. ஒரே நேரத்தில் ஒரு மாத பயன்பாட்டை ஆர்டர் செய்கிறது. ஒவ்வொரு பாகத்திற்கும் 20 ரூபாய் செலவாகும். ஆர்டர் செலவு ஒரு ஆர்டருக்கு 15 ரூபாய் மற்றும் எடுத்து செல்லும் செலவு சராசரி சரக்குகளில் 15% ஆகும். நிறுவனத்திற்கு மிகவும் சிக்கனமான கொள்முதல் கொள்கையை பரிந்துரைக்க உங்களுக்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. நீங்கள் என்ன ஆலோசனை வழங்குவீர்கள் மற்றும் அது வருடத்திற்கு நிறுவனத்திற்கு எவ்வளவு மிச்சப்படுத்தும்?

18. Explain the characteristics of $(M / M / 1):(\infty / FIFO)$ model.

$(M / M / 1):(\infty / FIFO)$ மாதிரியின் பண்புகளை விவரி.

19. Draw the network and find the critical path for the following data.

Activity	1-2	1-3	1-4	2-4	3-6	3-7	4-6	5-8	6-9	7-8	8-9
Time	2	2	1	4	8	5	3	1	5	4	3

பின்வரும் தரவுகளுக்கு வலைப்பின்னல் வரைந்து மாறுநிலைப் பாதையைக் காண்க.

செயல்பாடு	1-2	1-3	1-4	2-4	3-6	3-7	4-6	5-8	6-9	7-8	8-9
நேரம்	2	2	1	4	8	5	3	1	5	4	3

20. Solve the following game graphically.

Player B

		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
Player A	A ₁	2	1	0	-2
	A ₂	1	0	3	2

பின்வரும் ஆட்டத்தை வரைபட முறையில் தீர்க்க :

ஆட்டக்காரர் B

		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
ஆட்டக்காரர் A	A ₁	2	1	0	-2
	A ₂	1	0	3	2

F-0250

Sub. Code

7BMAE3A

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023.

Sixth Semester

Mathematics

Elective – DISCRETE MATHEMATICS

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Prove that $\neg \neg P \Leftrightarrow P$
நிறுவுக $\neg \neg P \Leftrightarrow P$.
2. Obtain the PDNF for $\neg(P \vee Q)$.
 $\neg(P \vee Q)$ -ற்கு PDNF பெறுக.
3. Define partial order relation.
பகுதி வரிசை உறவை வரையறு.
4. Define a lattice.
ஒரு பின்னலை வரையறு.
5. If $x = 1011$, $y = 0101$ then find $\delta(x, y)$.
 $x = 1011$, $y = 0101$ எனில் $\delta(x, y)$ -ஐ காண்க.
6. Define an encoding function.
ஒரு குறியாக்கச் சார்பை வரையறு.
7. Define a finite automaton.
ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டனை வரையறு.
8. Define equivalent automata's.
சமமான ஆட்டோமேட்டாக்களை வரையறு.

9. If $G = (\{s\}, \{a, b, c\}, P, S)$ and P consists of $S \rightarrow aSa|bsb|c$. find $L(G)$.

$G = (\{s\}, \{a, b, c\}, P, S)$ மற்றும் P என்பது $S \rightarrow aSa|bsb|c$ -ஐ உடையது எனில் $L(G)$ -ஐ காண்க.

10. Define type 2 grammar.

வகை 2 இலக்கணத்தை வரையறு.

Part B (5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Draw the parsing tree for the formula $((p \rightarrow (\neg q)) \rightarrow (p \wedge q))$.

$((p \rightarrow (\neg q)) \rightarrow (p \wedge q))$ என்ற சூத்திரத்திற்கு பார்சிங் மரத்தை வரைக.

Or

(b) Establish that: $\neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Rightarrow (\neg P \vee Q)$.

நிறுவுக $\neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Rightarrow (\neg P \vee Q)$.

12. (a) Let $A = \{a, b, c, d\}$. Find the relation R on A

determined by the matrix $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ and

draw the digraph of R .

$A = \{a, b, c, d\}$ A-ன் மீது, $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ என்ற

அணியால் தீர்மானிக்கப்படும் உறவு R -ஐ காண்க மற்றும் R -ன் திசை கோட்டுருவை வரைக.

Or

(b) Prove that every chain is a lattice.

ஒவ்வொரு சங்கிலியும் ஒரு பின்னல் என நிறுவுக.

13. (a) Show that the $(m, m+1)$ parity check code can detect one error.

$(m, m+1)$ என்ற சமநிலை சரிபார்ப்பு குறியீடு ஒரு பிழையைக் கண்டறியும் எனக் காட்டுக.

Or

- (b) Show that $(m, m+1)$ parity check code $e: B^m \rightarrow B^{m+1}$ is a group code.

$e: B^m \rightarrow B^{m+1}$ என்ற சமநிலை சரிபார்ப்பு குறியீடு ஒரு குலக் குறியீடு எனக் காட்டுக.

14. (a) Let $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ be a finite automaton. Let R be a relation in Q defined by $q_1 R q_2$ if $\delta(q_1, a) = \delta(q_2, a)$ for all a in Σ . Show that R is an equivalence relation.

$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ என்பது ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டன். $\delta(q_1, a) = \delta(q_2, a) \quad \forall a \in \Sigma$ எனும்போது $q_1 R q_2$ -என்று Q -ன் மீது வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு உறவு R எனில், R ஒரு சமான உறவு எனக் காட்டுக.

Or

- (b) Construct a finite automaton M accepting $\{ab, ba\}$.

$\{ab, ba\}$ -ஐ ஏற்றுக்கொள்ளும் ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட ஆட்டோமேட்டன் M -ஐ அமைக்கவும்.

15. (a) Construct a regular grammar to generate $\{a^l b^m c^n : l, m, n \geq 1\}$.

$\{a^l b^m c^n : l, m, n \geq 1\}$ -ஐ உருவாக்க ஒரு ஒழுங்கு இலக்கணத்தை அமைக்கவும்.

Or

- (b) Construct a regular grammar which will generate all strings of 0's and 1's having n odd numbers of 0's and odd number of 1's.

n ஒற்றைப்படை 0 வையும் மற்றும் n ஒற்றைப்படை 1-ஐ உடைய, 0 மற்றும் 1-ஐ உடைய அனைத்து சரங்களையும் உருவாக்கக்கூடிய ஒரு ஒழுங்கு இலக்கணத்தை அமைக்கவும்.

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Construct the truth table for the following formulas.

(a) $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$

(b) $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$

பின்வரும் சூத்திரங்களுக்கு உண்மை மதிப்பு அட்டவணையை அமைக்கவும்.

(அ) $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$

(ஆ) $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$

17. Prove that $(L \times M, \wedge, \vee)$ is a lattice.

$(L \times M, \wedge, \vee)$ என்பது ஒரு பின்னல் என நிறுவுக.

18. State and prove the properties of distance function δ .

தொலைவு சார்பு δ -ன் பண்புகளை எழுதி நிறுவுக.

19. Let L be the set accepted by an NFAM. Then prove that there exists an FA M' which accepts L.

L என்பது ஒரு NFAM-ஆல் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட கணமாகும். L-ஐ ஏற்றுக்கொள்ளும் ஒரு FA M' இருக்கிறது என நிறுவுக.

20. Construct a grammar G generating $L = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$.

$L = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$ -ஐ உருவாக்கும் ஒரு இலக்கணம் G-ஐ அமைக்கவும்.

F-0251

Sub. Code

7BMAE3B

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2023

Sixth Semester

Mathematics

Elective – FUZZY ALGEBRA

(CBCS – 2017 onwards)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all questions.

1. Define α -cut, ${}^\alpha A$.
 α -வெட்டு ${}^\alpha A$ -வை வரையறு.
2. State extension principle.
விரிவாக்க கொள்கையை கூறு.
3. State the fuzzy complement axioms C_1 and C_2 .
தெளிவறு நிரப்பியின் அடிக்கோள்கள் C_1 மற்றும் C_2 -வை கூறு.
4. State the fuzzy intersection axioms i_1, i_2, i_3 and i_4 .
தெளிவறு வெட்டின் அடிக்கோள்கள் i_1, i_2, i_3 மற்றும் i_4 கூறு.
5. Define a dual triple (i, u, c) .
இருமை மும்மடி (i, u, c) -ஐ வரையறு.
6. State the law of excluded middle.
விடுபட்ட நடுப்பகுதி விதியை கூறு.

7. Define the multiplication and division on closed intervals.
மூடிய இடைவெளிகளுக்கான பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் வரையறு.
8. Define the equivalence class A_x of a fuzzy relation.
ஒரு தெளிவறு தொடர்பின் சமான வகுப்பு A_x -ஐ வரையறு.
9. Define minimum and maximum for a partial ordering.
பகுதி வரிசைக்கான மீச்சிறு மற்றும் மீப்பெரிதை வரையறு.
10. Define a strong homomorphism.
கடின செயல்மாறா சார்பை வரையறு.

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Prove : ${}^{\alpha+}(A \cup B) = {}^{\alpha+}A \cup {}^{\alpha+}B$.
நிறுவுக : ${}^{\alpha+}(A \cup B) = {}^{\alpha+}A \cup {}^{\alpha+}B$.
- Or
- (b) Prove : ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$.
நிறுவுக : ${}^{\alpha}(A \cap B) = {}^{\alpha}A \cap {}^{\alpha}B$.
12. (a) Prove that every fuzzy complement has atmost one equilibrium.
எந்த ஒரு தெளிவறு நிரப்பிக்கும் ஆகக் கூடுதல் ஒரு சமநிலை மட்டுமே உண்டு என நிறுவுக.
- Or
- (b) Prove : $\max(a, b) \leq u(a, b) \leq u_{\max}(a, b), \forall a, b \in [0, 1]$.
நிறுவுக : $\max(a, b) \leq u(a, b) \leq u_{\max}(a, b), \forall a, b \in [0, 1]$.

13. (a) Prove that (\min, \max, c) and (i_{\min}, u_{\max}, c) are duals with respect to c .

c -ஐ பொறுத்து (\min, \max, c) மற்றும் (i_{\min}, u_{\max}, c) என்பன இருமைகள் என நிறுவுக.

Or

- (b) For the dual (i, u, c) explain, law of excluded middle, law of contradiction and distributive law.

இருமை (i, u, c) -க்கு தனித்த நடுப்பகுதி விதி, முரண் விதி மற்றும் பங்கீட்டு விதியை விளக்குக.

14. (a) State and prove the Commutative and Associative law for closed interval.

மூடிய இடைவெளிகளுக்கான பரிமாற்று மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை கூறி நிறுவுக.

Or

- (b) Explain Binary fuzzy relation with an example.

எடுத்துக்காட்டுடன் ஈரடி தெளிவறு தொடர்புகளை விளக்குக.

15. (a) Explain fuzzy morphisms with example.

எடுத்துக்காட்டுடன் தெளிவறு செயலொப்புமைகளை விவரி.

Or

- (b) Explain the following terms with example.

(i) Dominated

(ii) Undominated

(iii) Dominating class

பின்வருவனவற்றை எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

(i) ஆதிக்கமுடையது

(ii) ஆதிக்கமற்றது

(iii) ஆதிக்க வகுப்பு

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Prove that a fuzzy set A on R is convex $\Leftrightarrow A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{A(x_1), A(x_2)\}$.

A எனும் தெளிவுறா கணம் R -ன் மீது குவிவு $\Leftrightarrow A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{A(x_1), A(x_2)\}$ என நிறுவுக.

17. State and prove the second characterization theorem of fuzzy complements.

தெளிவுறு நிரப்பிகளுக்கான இரண்டாவது சிறப்பியல்பு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

18. Define u on $\{0, 1\}$ by $u(a, b) = c(i(c(a)), (c(b)))$. Prove that u is a t -conorm and (i, u, c) is dual triple.

u வை $\{0, 1\}$ மீது $u(a, b) = c(i(c(a)), (c(b)))$ என வரையறு. u ஆனது ஒரு t -இணநெறிமம் மற்றும் (i, u, c) ஒரு இருமை மும்மடி என நிறுவுக.

19. Under what conditions, the distributive law for intervals are true? Prove for such cases.

எந்த நிபந்தனைகளின் கீர் பங்கீட்டு விதி மூடிய இடைவெளிகளில் உண்மை? அந்த பிரிவுகளுக்கு நிறுவுக.

20. Explain fuzzy ordering relations with an example in detail.

தெளிவுறு வரிசை தொடர்புகளாக எடுத்துக்காட்டுடன் விரிவாக விளக்குக.